

LNF-63/82  
18. 12. 1963.

G. Sanna: UN DISPOSITIVO PER LA FOCALIZZAZIONE E L'ANALISI MAGNETICA DI PIONI CARICHI FOTOPRODOTTI DALL'ELETROSINCROTRONE DI FRASCATI. - Parte II<sup>a</sup>: DESCRIZIONE DELLE MISURE MAGNETICHE EFFETTUATE SUGLI ELETTROMAGNETI COMPONENTI IL DISPOSITIVO.

Nota interna : n. 226

LNF-63/82

Nota interna: n. 226  
18 Dicembre 1963

G. Sanna: UN DISPOSITIVO PER LA FOCALIZZAZIONE E L'ANALISI  
MAGNETICA DI PIONI CARICHI FOTOPRODOTTI DALL'ELETTRO-  
SINCROTRONE DI FRASCATI.

Parte II<sup>a</sup>: DESCRIZIONE DELLE MISURE MAGNETICHE EFFETTUA  
TE SUGLI ELETTROMAGNETI COMPONENTI IL DISPOSITIVO.

#### A) - INTRODUZIONE -

I campi magnetici prodotti dalle lenti quadrupolari  $Q_1$ ,  $Q_2$  e dal  
l'analizzatore M, costituenti il dispositivo descritto nella relazione  
LNF-63/35<sup>(x)</sup>, sono stati sottoposti a misure di vario genere che ven-  
gono qui presentate e discusse.

Le finalità delle misure effettuate sono varie e possono essere  
così riassunte:

1) Verificare che le prestazioni effettive dei quadrupoli e del ma-  
gnete corrispondano a quelle previste in sede di progetto. Controllare  
cioè le pendenze iniziali delle caratteristiche di eccitazione e l'influenza  
su queste esercitata dai fenomeni di saturazione.

2) Determinare dettagliatamente ed accuratamente per ogni elet-  
tromagnete le distribuzioni spaziali di campo in corrispondenza a varie

---

(x) - Eventuali riferimenti a paragrafi, figure, tabelle, di questa relazio-  
ne verranno nel seguito indicati semplicemente con §, Fig., Tab.,  
Parte I<sup>a</sup>.

condizioni di eccitazione. La conoscenza di queste distribuzioni permette infatti di prevedere le traiettorie descritte da particelle cariche che le attraversano, una volta che siano state assegnate le loro condizioni iniziali(x).

3) Dedurre infine dall'esame di questi dati, se è possibile rappresentare le distribuzioni effettive mediante opportune distribuzioni semplificate o "modelli".

Le caratteristiche di tali "modelli" verranno meglio precisate nel corso dei paragrafi successivi, tuttavia si può fin d'ora premettere che il loro uso consente di risolvere con notevoli semplificazioni, e, nella maggioranza dei casi, in modo sufficientemente corretto, il problema accennato al punto 2).

Per stimare la bontà delle approssimazioni così introdotte fu successivamente effettuato per ogni elettromagnete, un confronto tra le traiettorie calcolate sulla base del "modello" suggerito dalle misure che qui descriveremo, e le traiettorie corrispondenti<sup>(+)</sup> rilevate sperimentalmente mediante un opportuno simulatore (odoscopio a filo). Il principio fondamentale di tale dispositivo, come pure le modalità ed i risultati del confronto suddetto verranno peraltro esaminati in una successiva relazione.

Nel fissare il programma di misure svolto, oltre a perseguire gli scopi sopra enunciati, furono anche seguiti i criteri seguenti:

a) Misurare direttamente, per quanto possibile, quelle grandezze utili a caratterizzare un particolare "modello" e verificare l'adattabilità ad esso della distribuzione reale.

b) Adottare quei procedimenti di misura ritenuti più adatti a rendere minimi gli errori sistematici, compatibilmente con la dotazione strumentale disponibile.

c) Minimizzare infine il numero delle misure senza ridurre peraltro la raccolta di una sufficiente informazione.

Nei paragrafi successivi di questa Parte II<sup>a</sup> verranno nell'ordine svolte alcune considerazioni introduttive, quindi descritte le schematizzazioni adottate per le distribuzioni di campo e le misure magnetiche effettuate (metodi, stima degli errori e risultati); saranno poi presentate le osservazioni e le conclusioni.

I disegni quotati delle parti più interessanti dei quadrupoli e del magnete in oggetto sono riportati nelle figg. 1 e 2, mentre per le loro

---

(x) - Tali condizioni verranno definite all'inizio del § B.

(+) - Dal punto di vista delle condizioni iniziali.

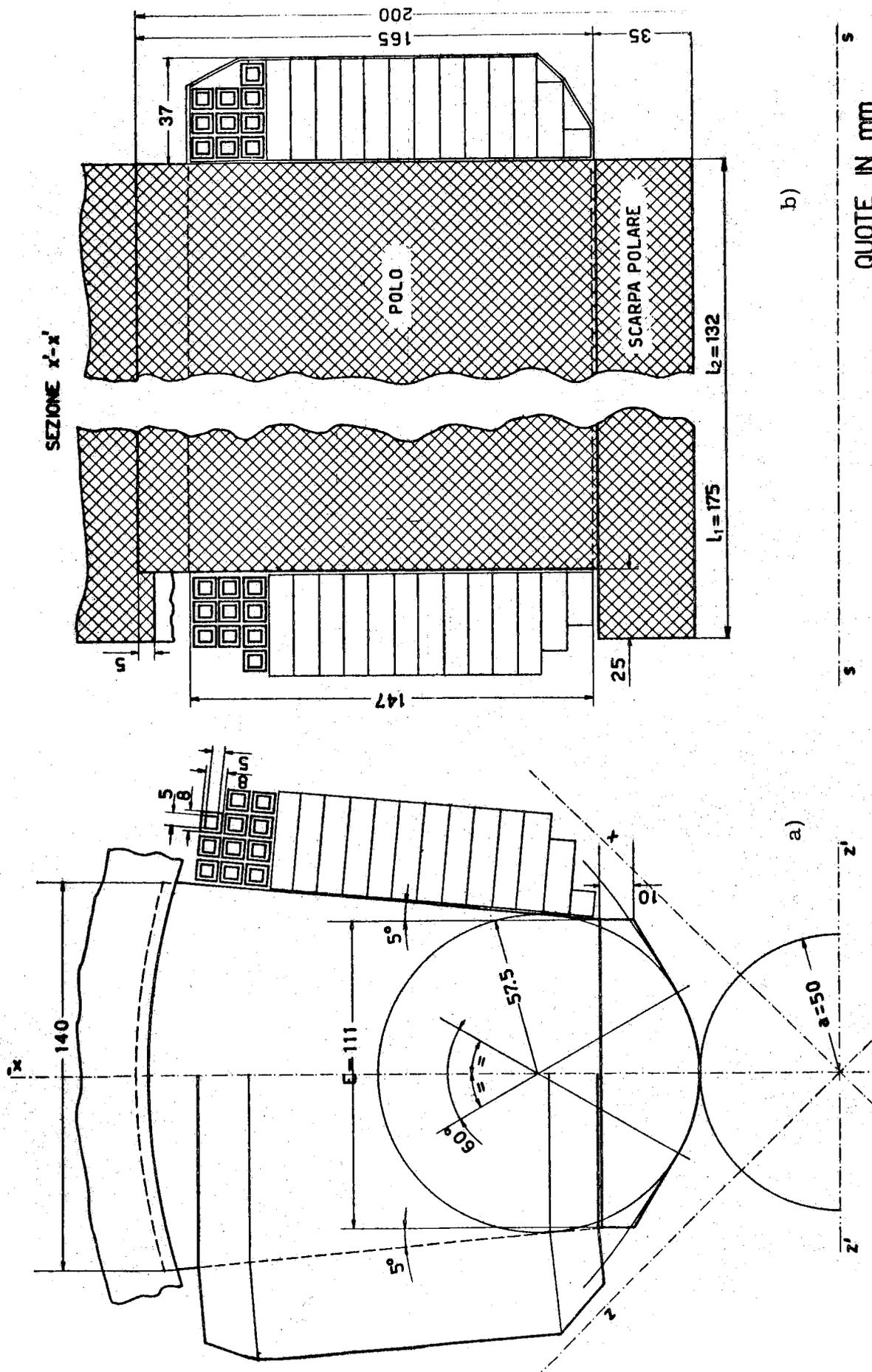
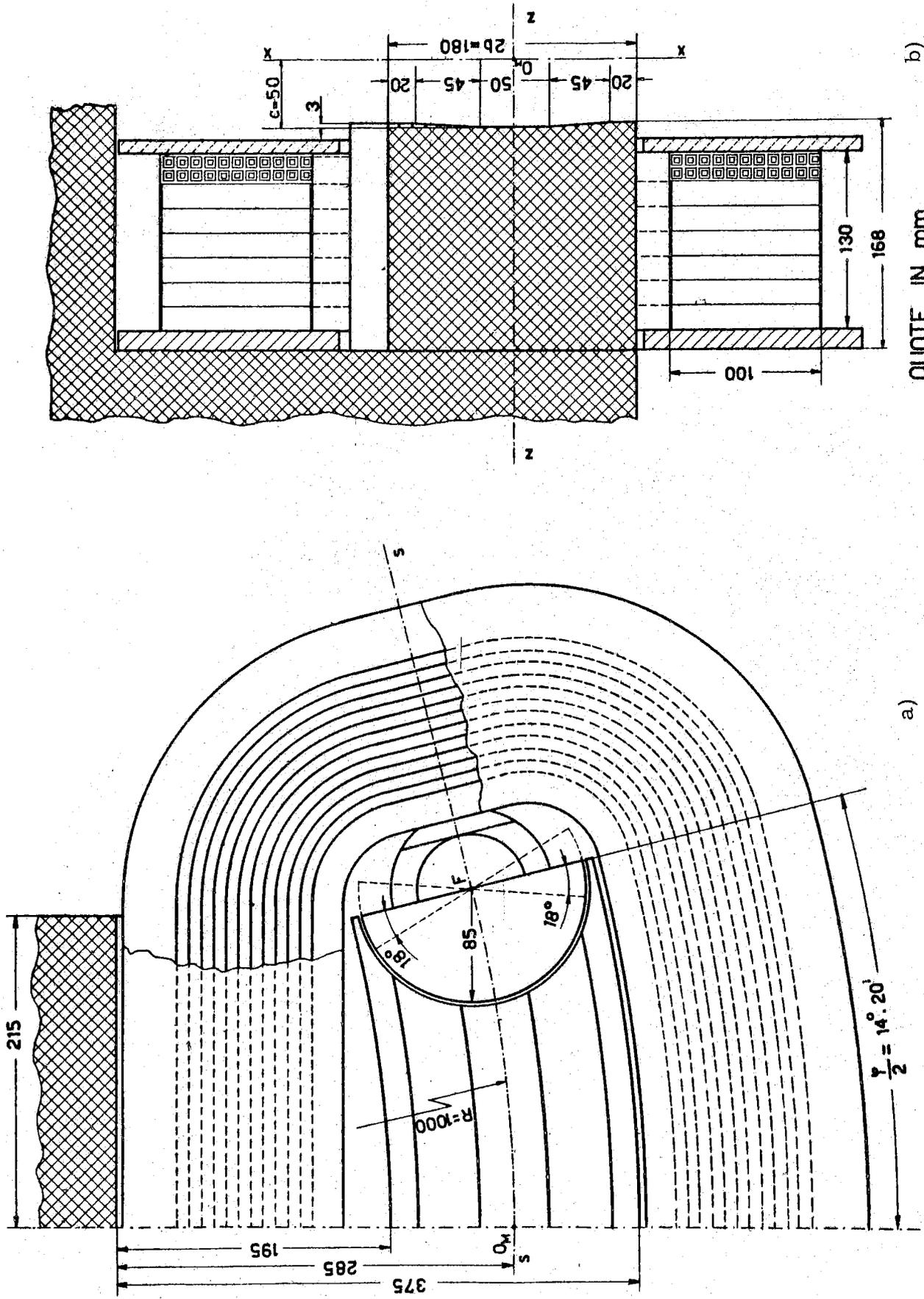


FIG. 1 - Disegni quotati delle parti principali delle lenti quadrupolari  $Q_N$ . a) vista frontale di uno dei quattro settori identici e sfalsati di  $90^\circ$  costituenti un quadrupolo; b) sezione, effettuata col piano di traccia  $x'-x'$ , della parte mostrata in a).



QUOTE IN mm

FIG. 2 - Disegni quotati delle parti principali del magnete analizzatore M. a) vista in pianta di un polo, della testata ruotabile, e della bobina; b) sezione del polo e della bobina con il piano verticale di simmetria del magnete.

caratteristiche tecniche si rimanda alla Tab I e Tab. II della Parte I<sup>a</sup>. La notazione qui usata è stata mantenuta coerente con quella ivi adottata, anche se si è cercato di svincolare da essa il più possibile il significato della descrizione.

## B) - CONSIDERAZIONI PRELIMINARI -

Per una migliore comprensione dei criteri generali seguito nello svolgimento delle misure riteniamo opportuno precisare ulteriormente i problemi accennati nel § A.

Consideriamo, in genere, il problema della determinazione della traiettoria  $\mathcal{C}$  descritta da una particella di carica  $q$  ed impulso  $\vec{p} = m\vec{v}$  assegnati in un campo magnetico stazionario e disomogeneo di induzione  $\vec{B}$  nota in ogni punto dello spazio.

L'equazione del moto della particella, si scrive:

$$(1) \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}.$$

Essa, unitamente alla conoscenza delle condizioni iniziali, cioè del punto e della direzione d'ingresso della particella nella distribuzione di campo, e della sua quantità di moto  $p$ , consente, in linea di principio, la determinazione della traiettoria. Se indichiamo con  $\sigma$  l'ascissa curvilinea, misurata lungo  $\mathcal{C}$ , di un generico punto  $P$  (a partire da un altro punto di scelto opportunamente come origine) si può esprimere la "curvatura" di  $\mathcal{C}$  in  $P$  mediante la relazione seguente:

$$2) \quad \vec{K} = \frac{1}{p} \cdot \frac{d\vec{p}}{d\sigma}.$$

Se si tiene conto della (2), si vede che la (1) può essere espressa nella forma seguente:

$$(3) \quad \vec{K} = \frac{q}{pv} \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}.$$

Consideriamo poi i vettori  $\vec{v}$  e  $\vec{B}$  nel punto  $P$  di  $\mathcal{C}$  e decomponiamo  $\vec{v}$  nelle componenti  $\vec{v}_{\parallel}$ , parallela a  $B(P)$ , e  $\vec{v}_{\perp}$  giacente nel piano ortogonale a  $B(P)$ . Tenuto conto che  $\vec{v}_{\parallel} \wedge \vec{B} = 0$ , la (3) così si semplifica:

$$(4) \quad \vec{K} = \frac{q}{pv} \cdot \vec{v}_{\perp} \wedge \vec{B}.$$

L'equazione vettoriale ora scritta, pur conservando la più completa generalità, si presenta come difficilmente utilizzabile per la determinazione di  $\mathcal{C}$ . Tuttavia, esistono alcuni casi in cui è possibile dedurre dalla (4) espressioni di più semplice utilizzazione. Ciò si ha, ad esempio, quando esista nel campo magnetico un piano tale che in ogni suo punto il vettore  $\vec{B}$  risulti ad esso ortogonale. Questa situazione si verifica, ad esempio,

quando esiste una superficie equipotenziale magnetica che sia anche un piano di simmetria per le altre superfici equipotenziali<sup>(x)</sup>.

Se la velocità  $\vec{v}$  della particella è contenuta inizialmente sul piano suddetto, essa vi rimarrà attraverso tutta la distribuzione di campo, e risultando:  $\vec{v} \equiv \vec{v}_1 \perp \vec{B}$  si potrà scrivere, al posto della (4), la seguente equazione scalare:

$$(5) \quad K = \frac{q}{p} \cdot B.$$

Nel piano in questione, si assuma un opportuno di coordinate ortogonali  $s$  e  $x$ , si potrà allora scrivere per  $K$  l'espressione:

$$(6) \quad K = \frac{\frac{d^2x}{ds^2}}{\left\{ 1 + \left(\frac{dx}{ds}\right)^2 \right\}^{3/2}}.$$

Se si suppone poi nota la dipendenza analitica di  $B$  dal punto  $(x, s)$ , si potrà infine scrivere al posto della (5):

$$(7) \quad \frac{d^2x}{ds^2} = \frac{q}{p} \cdot B(x, s) \cdot \left\{ 1 + \left(\frac{dx}{ds}\right)^2 \right\}^{3/2}.$$

Il problema generale della determinazione dell'equazione  $x(s)$  di una traiettoria  $\mathcal{C}$ , corrispondente a certe condizioni iniziali assegnate<sup>(x)</sup>:  $p$ ,  $x_0 = x(s_0)$ ,  $x'_0 = (dx/ds)_{s_0}$ , è perciò ricondotto a quello della ricerca dell'integrale particolare della (7) che soddisfa alle condizioni iniziali date. Vale la pena di notare esplicitamente che fin qui non è stato necessario introdurre alcuna approssimazione.

Sempre considerando traiettorie contenute nel piano  $x, s$  ora introdotto, può essere utile ricordare che, detta  $\sigma_0$  la ascissa curvilinea del punto d'ingresso nella distribuzione, la deflessione angolare che subisce una particella percorrendo l'arco  $(\sigma - \sigma_0)$  di traiettoria  $\mathcal{C}$ , risulta espressa da:

$$(8) \quad \theta(\sigma) = \int_{\sigma_0}^{\sigma} K \cdot d\sigma = \frac{q}{p} \cdot \int_{\sigma_0}^{\sigma} B(\sigma) \cdot d\sigma$$

(x) - E' questo, in pratica, il caso dei magneti il cui traferro ammette un piano di simmetria geometrica, se le disomogeneità del ferro ed i difetti di lavorazione meccanica si possono considerare trascurabili.

(\*) - Si è qui indicato con  $s_0$  la coordinata, misurata lungo l'asse  $s$ , del punto d'ingresso della particella nella distribuzione, cioè del punto in cui si può assumere:  $\vec{B} = \vec{B}_1 \hat{=} 0$ .

Nel caso di campi omogenei si ha poi:

$$(9) \quad K = \frac{1}{r} = \frac{p}{q} \cdot B = \text{cost, e:}$$

$$(10) \quad \theta(\sigma) = \frac{q}{p} \cdot B \cdot (\sigma - \sigma_0).$$

Vogliamo, a questo punto, fare qualche considerazione sulle possibilità pratiche di risolvere il problema postoci all'inizio. Osserviamo subito che anche nei rari casi in cui la dipendenza di  $|\vec{B}|$  dal punto  $(x, s)$  può venire specificata analiticamente, non è in genere sempre possibile integrare esattamente la (7). Un procedimento praticamente attuabile consiste nel ricavare informazioni sulla funzione  $B(x, s)$  misurando direttamente la induzione nei modi di un reticolo a maglia quadrato, situato nel piano  $x, s$  e tale da coprire completamente la distribuzione di campo. L'equazione (7) può in tal caso essere risolta con metodi di integrazione numerica e con l'ausilio di un calcolatore elettronico<sup>(1)</sup>.

Tuttavia, se si desidera una previsione attendibile delle condizioni di uscita delle particelle dalla distribuzione di campo è indispensabile disporre nei diversi punti del reticolo di accurate misure assolute di  $|\vec{B}|$ . Inoltre, nelle regioni in cui il campo presenta forti variazioni del gradiente, è altresì indispensabile, onde ridurre gli errori di interpolazione, infittire i punti in cui  $|\vec{B}|$  è misurata riducendo opportunamente il lato del reticolo suddetto.

Va infine aggiunto il fatto che negli ordinari elettromagneti con ferro, al crescere delle correnti di eccitazione, si possono produrre, in conseguenza di effetti di saturazione, notevoli distorsioni nella "geometria" delle mappe di  $|\vec{B}|$ . Pertanto in pratica è necessario rilevare le mappe complete in corrispondenza a vari valori della corrente di eccitazione non essendo possibile ricostruirle con estrapolazione dei dati ricavati a valori più bassi della corrente stessa.

Dopo quanto esposto non è difficile comprendere che il procedimento sopra descritto, anche se può permettere una accurata previsione delle traiettorie, risulta in pratica estremamente laborioso.

### C) - MODELLI SEMPLIFICATI DELLE DISTRIBUZIONI REALI -

Conformemente a quanto accennato nel § A, mostreremo ora come sia possibile affrontare il problema postoci con metodi capaci di fornire in molti casi sufficiente approssimazione, notevole economia di misure e semplificazione di calcoli. Considereremo separatamente il caso delle lenti quadrupolari e quello del magnete analizzatore.

#### 1°) Lenti $Q_N$ .

Il sistema di coordinate di riferimento usato per le considerazioni

che seguiranno è quello rappresentato nella Fig. 3-a), ed il piano orizzontale di simmetria del traferro è stato idealmente assunto come il piano in cui è  $\vec{B} \equiv \vec{B}_\perp(x)$ .

Con riferimento all'equazione (7), si può innanzi tutto osservare che una prima semplificazione si può ottenere se ci si limita a considerare traiettorie  $\zeta$  per le quali è sempre  $(dx/ds) \ll 1$  (traiettorie parasiali). Un'altra notevole semplificazione si può poi ottenere assumendo che nel P. M. della lente  $Q_N$  sussista la distribuzione ideale definita da:

$$(11) \quad \left\{ \begin{array}{l} B_x(x, 0, s) = 0 \\ B_z(x, 0, s) = G_N(0, 0, 0) \cdot x \\ B_s(x, 0, s) = 0 \\ \left(\frac{\partial B_z}{\partial x}\right)_{(x, 0, s)} = \left(\frac{\partial B_z}{\partial x}\right)_{0_N} = G_N(0, 0, 0) \end{array} \right.$$

in tutti i punti le cui coordinate  $(x, z = 0, s)$  soddisfano alle limitazioni seguenti<sup>(x)</sup>:

$$(12) \quad \left\{ \begin{array}{l} -\alpha \leq x \leq \alpha \\ -\frac{\lambda_N}{2} \leq s \leq \frac{\lambda_N}{2} \end{array} \right.$$

Nei punti le cui coordinate non soddisfano le (12) supporremo inoltre che sia:  $|\vec{B}| = 0$ . Questa distribuzione, fisicamente irrealizzabile, permetterebbe, unitamente all'ipotesi fatta su  $(dx/ds)$ , di scrivere la (7) nella forma semplificata:

$$(13) \quad \frac{d^2 x}{ds^2} + k_N \cdot x = 0,$$

nella quale<sup>(+)</sup>:

- 
- (x) - Tale piano sarà nel seguito indicato abbreviatamente con la notazione P. M. (Piano mediano).
  - (x) - Il significato dei simboli  $\alpha$  e  $\lambda_N$  è per adesso solo quello di larghezza e lunghezza (misurata lungo l'asse s) in cui la distribuzione (11) è confinata. Per le distribuzioni reali,  $\alpha$  e  $\lambda_N$  assumeranno un significato diverso che verrà definito più oltre.
  - (+) - Il segno di  $k_N$  è da scegliere positivo se il vettore  $\vec{K}$ , definito dalla (2)  $\vec{S} B$ , è in ogni punto di  $\vec{v}$  diretto verso l'asse s e viceversa.

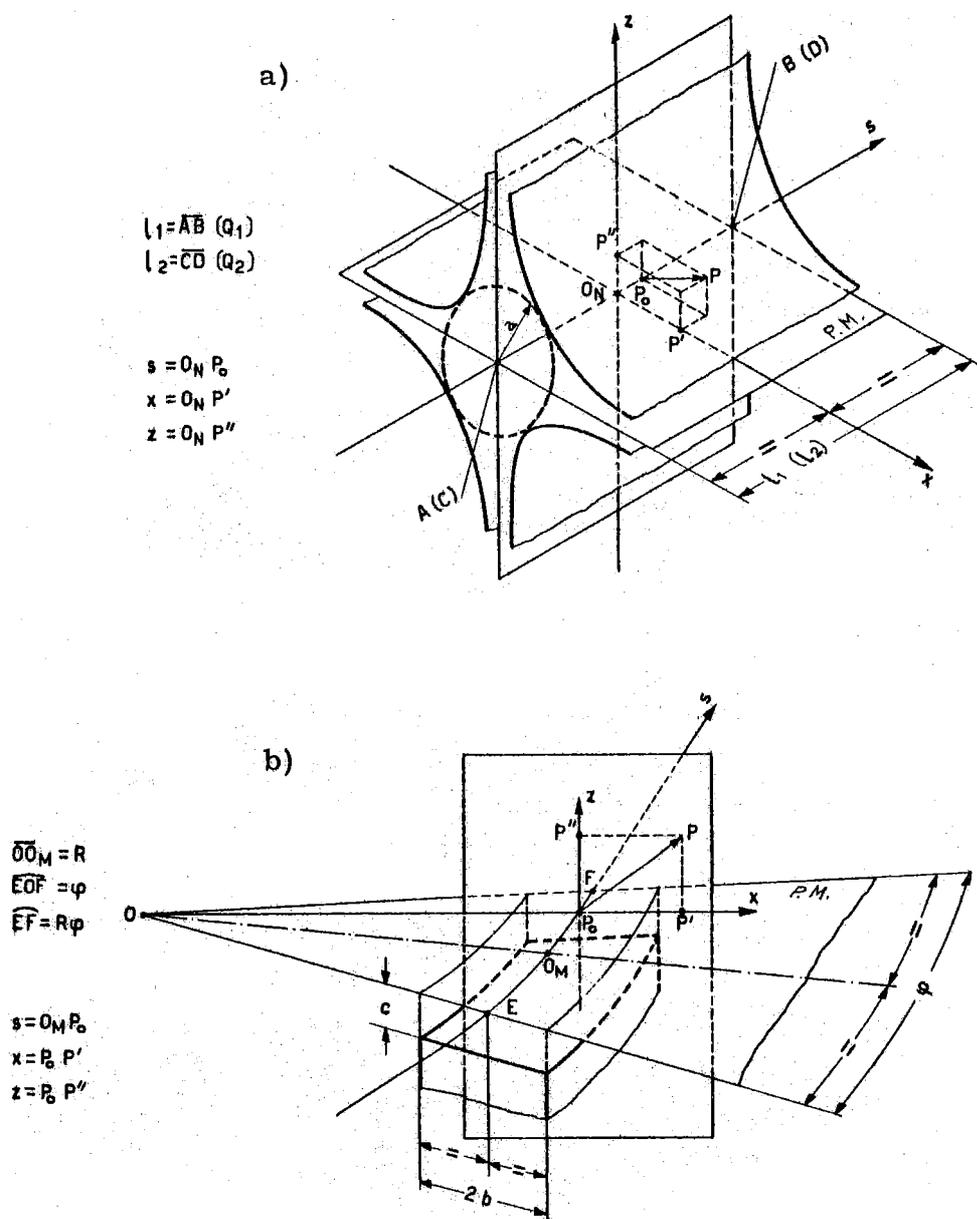


FIG. 3 - Sistemi di coordinate di riferimento usati per le misure magnetiche. a) sistema di coordinate per i quadrupoli  $Q_1$  e  $Q_2$  (nella figura sono rappresentate le superfici polari ideali ed i piani asintoti); b) sistema di coordinate per il magnete analizzatore M.

L'asse  $s$  è orientato nel verso nel quale le particelle attraversano il quadrupolo o il magnete. La terna di assi  $x, s, z$  è presa levogira, mentre il piano contrassegnato con P. M. è il piano orizzontale di simmetria del traferro (Piano mediano geometrico).

$$(14) \quad k_N = \pm \frac{|q|}{p} \cdot \left| G_N(0, 0, 0) \right|.$$

L'equazione (13) è integrabile analiticamente e fornisce le soluzioni seguenti<sup>(x)</sup>:

$$(15) \quad \begin{cases} x(s) = x_0 \cdot \cos\{\sqrt{k_N} \cdot (s-s_0)\} + \frac{x'_0}{\sqrt{k_N}} \cdot \sin\{\sqrt{k_N} \cdot (s-s_0)\} \\ x'(s) = -x_0 \cdot \sqrt{k_N} \cdot \sin\{\sqrt{k_N}(s-s_0)\} + x'_0 \cdot \cos\{\sqrt{k_N}(s-s_0)\} \end{cases}$$

per  $k_N > 0$ , e:

$$(15') \quad \begin{cases} x(s) = x_0 \cdot \cosh\{\sqrt{|k_N|} \cdot (s-s_0)\} + \frac{x'_0}{\sqrt{k_N}} \cdot \sinh\{\sqrt{|k_N|} \cdot (s-s_0)\} \\ x'(s) = x_0 \sqrt{|k_N|} \sinh\{\sqrt{|k_N|} \cdot (s-s_0)\} + x'_0 \cdot \cosh\{\sqrt{|k_N|} \cdot (s-s_0)\} \end{cases}$$

per  $k_N < 0$ .

La distribuzione ideale di campo introdotta per giungere a questo semplice risultato potrebbe essere definita "modello rettangolare ideale" o "sharp edged". Esso può essere completamente definito assegnando i tre parametri seguenti:

$$(16) \quad G_N(0, 0, 0), \lambda_N, \alpha$$

Inoltre, il procedimento descritto, in virtù delle ipotesi fatte sulla forma della distribuzione di campo, utilizza unicamente la sola approssimazione fatta su  $dx/ds$ .

Le distribuzioni fisicamente realizzabili, anche se effettivamente soddisfacenti alle sole (11) in una limitata regione del P. M., in prossimità del centro  $O_N$  della lente, tendono tuttavia ad annullarsi in modo "smooth" in prossimità delle estremità laterali del traferro e delle teste. Il gradiente  $\partial B_z / \partial x$  non è più costante dentro tutta la distribuzione, ma varia in pratica da punto a punto e le modalità con cui esso si annulla sono influenzate da fattori diversi (ad es.: la profilatura ed il proporzionamento del traferro, la forma e posizione degli avvolgimenti, il

---

(x) - Nelle (15 e (15')) si sono assunti per  $x_0$  ed  $x'_0$  i valori presi da  $x(s)$  e  $dx/ds$  in corrispondenza a  $s_0 = -\lambda_N/2$ . Le condizioni di uscita dalla distribuzione (punto:  $s = +\lambda_N/2$ ), si ottengono immediatamente sostituendo nelle (15 o (15')),  $\lambda_N$  al posto di  $(s-s_0)$ . Si osservi poi che  $x(s)$  ed  $x'(s)$  dipendono implicitamente, tramite  $s_0$ , dal valore di  $\lambda_N$ .

grado di saturazione del ferro, ecc).

La Fig. 4 visualizza l'andamento reale del rapporto:  $(\partial B_z / \partial x) / (\partial B_z / \partial x)_{0N}$  nei diversi punti del P. M. della lente  $Q_N$ , ponendo in evidenza alcune sezioni della distribuzione eseguita parallelamente agli assi  $s$  ed  $x$  a varie distanze da essi.

La semplicità del procedimento di previsione della traiettorie usato con il modello "sharp edged" induce a vedere se non sia possibile una sua estensione alle distribuzioni reali. Tale estensione, che comporta ovviamente l'introduzione di ulteriori approssimazioni, viene correntemente effettuata ridefinendo diversamente il secondo ed il terzo dei parametri (16) in modo da non trascurare completamente le caratteristiche della distribuzione reale. Più precisamente, al fine del calcolo degli  $x(s)$  ed  $x'(s)$  forniti dalle (15) o (15'), si introduce, nel P. M. una "lunghezza efficace"  $\lambda_N(x)$  definita tramite l'eguaglianza<sup>(x)</sup>:

$$(17) \quad G_N(0, 0, 0) \cdot \lambda_N(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{\partial B_z}{\partial x} \right)_{(x, 0, s)} \cdot ds$$

e si limita poi trasversalmente la distribuzione ad una striscia di semilarghezza  $\alpha$  ("semilarghezza efficace") definita a sua volta dalla relazione:

$$(18) \quad \frac{1}{\alpha} \cdot \int_0^{\alpha} \frac{\lambda_N(x)}{\lambda_N(0)} \cdot dx = \eta \quad (\alpha < a)$$

nella quale  $\eta$  ( $\leq 1$ ) è un numero opportunamente fissato<sup>(+)</sup>.

Come meglio apparirà nel seguito, oltre alla lunghezza efficace "definita dalla (17), sarà pure conveniente, per le lenti  $Q_N$ , introdurre le distanze dei "bordi equivalenti", dai corrispondenti "bordi geometrici", all'entrata ed all'uscita. Tali distanze sono definite dalle relazioni:

(x) - La dipendenza di  $\lambda_N$  da  $x$  specificata nella (17) consegue dal fatto che nella realtà le distribuzioni di  $(\partial B_z / \partial x)$  rilevate lungo rette del P. M. parallele all'asse  $s$ , ed a diverse distanze da esso, risultano in genere diverse per cui  $\lambda_N$  risulta funzione di  $x$ . (cfr. Fig. 4). Se non si fa uso di speciali correzioni alle testate delle lenti,  $\lambda_N(x)$  è poi una funzione monotonamente decrescente di  $x$ . In pratica si può valutare:  $\lambda_N(0) \approx l_N + a$ .

(+) - Porre  $\eta = 1$  corrisponde, tenuto conto del carattere monotono di  $\lambda_N(x)$ , ad imporre che sia  $\lambda_N(x) = \lambda_N(0)$  in tutto l'intervallo  $(0, \alpha)$ . In pratica si potrà poi ridurre  $\alpha$ , diaframmando opportunamente la lente  $Q_N$ , fino ad avere  $\eta \approx 0,98 \div 0,99$ .

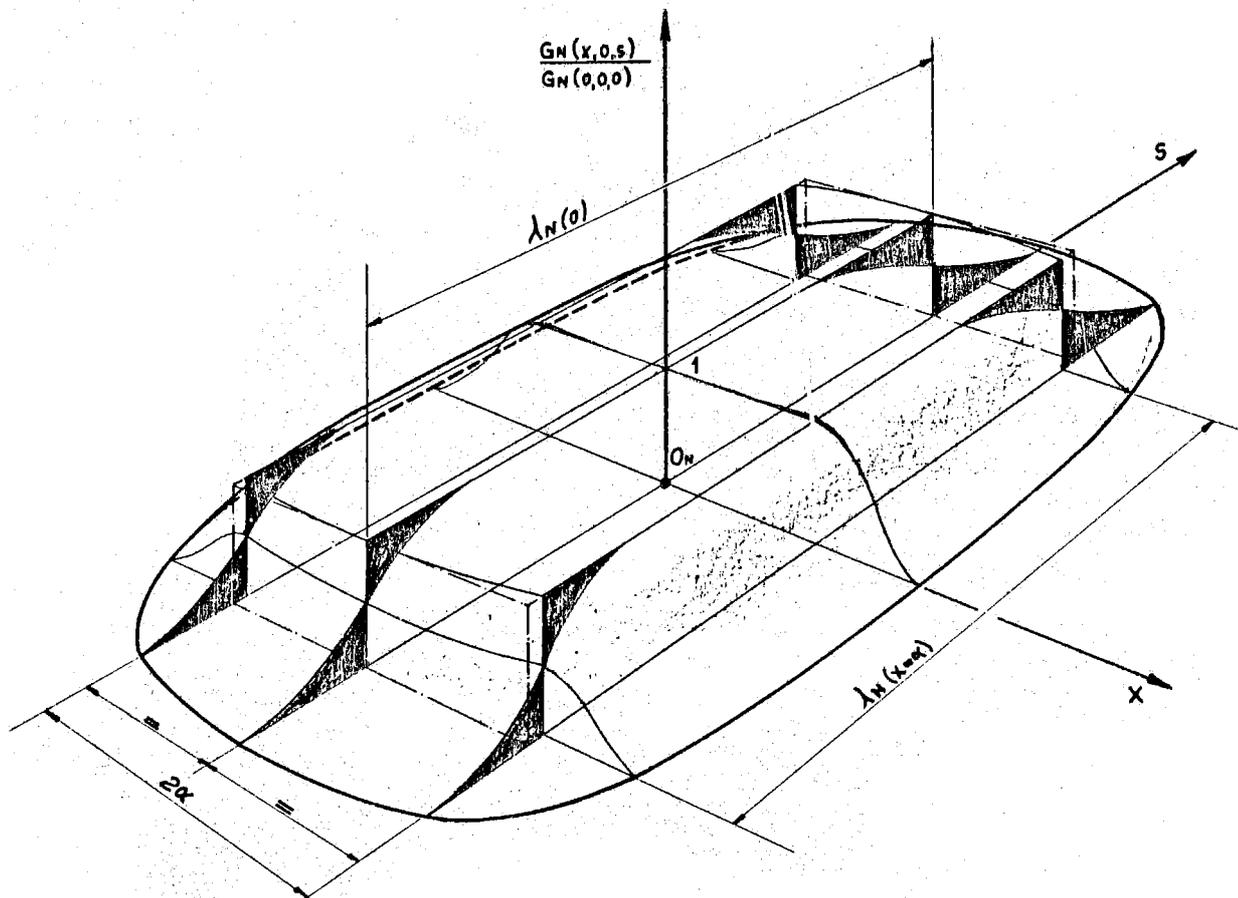


FIG. 4 - Andamento qualitativo della distribuzione reale del gradiente  $G_N(x, 0, s) = (\partial B_z / \partial x)(x, 0, s)$  sul P. M. della lente  $Q_N$ . I valori del gradiente in ogni punto sono riferiti al valore centrale  $(\partial B_z / \partial x)(0, 0, 0)$ . Sono posti in evidenza gli andamenti della distribuzione lungo rette parallele agli assi  $x$  ed  $s$  ed è mostrata la variazione della "lunghezza equivalente"  $\lambda_N$  con la coordinata  $x$ .

$$(19) \quad \omega'_N(x) = \int_{-\infty}^0 \frac{G_N(x, 0, s)}{G_N(0, 0, 0)} \cdot ds - \frac{l_N}{2}, \quad e:$$

$$(20) \quad \omega''_N(x) = \int_{-\infty}^0 \frac{G_N(x, 0, s)}{G_N(0, 0, 0)} \cdot ds - \frac{l_N}{2}$$

Gli  $\omega'_N$ ,  $\omega''_N$  introdotti risultano ovviamente legati a  $\lambda_N$  dalla relazione:

$$(21) \quad \lambda_N(x) = \omega'_N(x) + l_N + \omega''_N(x).$$

La distribuzione fittizia caratterizzata dai parametri:

$$(22) \quad G_N(0, 0, 0), \lambda_N(0) \text{ (definita dalla (17))}, \alpha \text{ (definita dalla (18))},$$

può essere denominata "modello rettangolare efficace".

Un criterio di massima per stabilire in qual misura una distribuzione reale approssima il modello ora introdotto può essere quello di osservare i valori presi dal rapporto:  $(\lambda_N(0) - l_N) / l_N$  e dal numero  $\alpha$  che consegue dalla distribuzione misurata, e dal valore di  $\eta$  scelto. Quanto più tali valori approssimano 0 ed 1 rispettivamente tanto migliore potrà considerarsi l'approssimazione suddetta. Tuttavia, se ben si considera, il sostituire alla distribuzione reale (soft edged) un modello come quello ora introdotto, individuato da valori opportunamente scelti di parametri (22), ha, al fine di una previsione accurata delle traiettorie di particelle che attraversano la lente, influenze difficilmente valutabili. Esistono tuttavia indicazioni provenienti dall'esperienza diretta<sup>(2)</sup> secondo cui, quando siano assai bene soddisfatte le condizioni poste dal criterio di massima sopra enunciato, il modello rettangolare "efficace" fornisce previsioni corrette, almeno per quanto riguarda le proprietà ottiche al 1° ordine della lente. Modelli più evoluti che meglio approssimano le modalità reali di annullamento della distribuzione in prossimità delle testate sono stati sviluppati, ma, la maggiore complicazione introdotta nel calcolo delle proprietà focali della lente, non sembra giustificare il lieve guadagno di precisione ottenuto. Tali schematizzazioni possono poi risultare inadeguate quando si desidera una precisione molto accurata delle proprietà ottiche della lente (Previsione delle aberrazioni del terzo ordine).

Nel nostro caso si è preferito adottare per ogni lente un opportuno modello rettangolare efficace derivato dalle misure che qui descriveremo, e seguire, per un controllo diretto delle proprietà "ottiche", la via indicata nel § A. Dopo quanto premesso si potrà comprendere come il programma dell'indagine sperimentale svolta miri, attraverso la misura delle grandezze caratteristiche del modello scelto, alla comprensione non solo della "geometria" della distribuzione di campo nella lente, ma anche alle sue va

riazioni con l'eccitazione.

## 2°) Magnete analizzatore M.

Il sistema di coordinate usato per il magnete M è rappresentato in Fig. 3-b) e le considerazioni generali svolte nel § B trovano applicazione anche in questo caso. Poichè il campo magnetico prodotto dal magnete è in un'ampia regione uniforme, le grandezze magnetiche che converrà prendere in considerazione saranno diverse da quelle considerate per le lenti  $Q_N$ . Comunque anche in questo caso si possono ottenere grandi semplificazioni nella previsione delle traiettorie assumendo che sussista nel P. M. del magnete la distribuzione ideale definita dalle relazioni seguenti:

$$(23) \quad \begin{cases} B_x(x, 0, s) = 0 \\ B_z(x, 0, s) = B_z(0, 0, 0) = B_{0M} \\ B_s(x, 0, s) = 0 \end{cases}$$

valide in tutti i punti  $(x, 0, s)$  per i quali è  $(x)$ :

$$(24) \quad \begin{aligned} -\beta &\leq x \leq \beta \\ -\frac{\lambda_M(0)}{2} &\leq s \leq \frac{\lambda_M(0)}{2} \end{aligned}$$

Nei punti di coordinate non soddisfacenti alle (21) supporremo poi che sia:  $|\vec{B}| = 0$ .

Le relazioni ora scritte definiscono per il magnete il "modello retangolare ideale" o "sharp edged". Esso può essere definito assegnando i parametri:

$$(25) \quad B_{0M}, \lambda_M(0), \beta$$

La previsione delle traiettorie  $\mathcal{Z}$  nel P. M. si riduce in questo schema, supposte note le condizioni iniziali, al tracciamento di archi di circonferenza (con raggi calcolabili in base alla (9)) tangenti, nel punto di ingresso

---

(x) - Il significato di  $\beta$  e  $\lambda_M(0)$  è, per adesso, quello di semilarghezza radiale e sviluppo (lungo l'asse  $s$  di Fig. 3-b)) della fascia del P. M. dentro la quale è completamente confinata la distribuzione di campo (23). Si noti che, data la forma a settore di corona circolare della regione di definizione di  $\vec{B}$ , la sua estensione lungo curve tracciate a distanza  $x$  costante dall'asse  $s$ , risulta essere funzione della  $x$  stessa. Per il modello ideale sopra introdotto, si può assumere:  $\lambda_M(x) = (R + x) \cdot \varphi$ , e quindi in particolare  $\lambda_M(0) = R \varphi$ . Per le distribuzioni reali  $\beta$  e  $\lambda_M(x)$  assumeranno il significato più oltre precisato.

nella distribuzione, alla direzione iniziale della particella.

Passiamo ora a considerare la distribuzione reale e pertanto l'annullarsi "smooth" di  $B_z(x, 0, s)$  alla sua periferia. Anche in questo caso, al fine di una previsione non troppo laboriosa (anche se approssimata) delle traiettorie sul P. M., converrà stabilire un opportuno "modello rettangolare efficace" introducendo una "lunghezza efficace"  $\lambda_M(x) > (R+x) \cdot \varphi$  definita dalla eguaglianza:

$$(26) \quad B_{O_M} \cdot \lambda_M(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} B_z(x, 0, s) \cdot ds.$$

Sarà poi anche utile definire una distanza  $\omega_M(x)$  tra "bordo equivalente" e "bordo geometrico" sulla testate di M, in base alla relazione:

$$(17) \quad \omega_M(x) = \int_0^{+\infty} \frac{B_z(x, 0, s)}{B_{O_M}} \cdot ds - (R+x) \frac{\varphi}{2}$$

In conseguenza si potrà scrivere per  $\lambda_{M(x)}(x)$ :

$$(28) \quad \lambda_M(x) = (R+x) \cdot \varphi + 2 \omega_M(x)$$

Per completare il nostro "modello" converrà poi limitare trasversalmente la distribuzione ad una semilarghezza  $\beta$ , tale che, per:

$$(29) \quad -\beta \leq x \leq \beta$$

sia:

$$(30) \quad -\varepsilon \leq \frac{\lambda_M(x)}{(R+x)\varphi + 2\omega_M(0)} \leq 1 + \varepsilon$$

(x) - In merito alla dipendenza di  $\lambda_M(x)$ , si deve osservare che nella situazione reale, essa si discosterà dall'andamento lineare rappresentato dalla relazione  $\lambda_M(x) = (R+x)\varphi + 2\omega_M(0)$ , in quanto, nell'intorno delle testate di M le distribuzioni di  $B_z(x, 0, s)$  lungo rette del P. M. parallele ad s ed a diversa distanza da esso risultano in genere diverse. Da ciò segue che  $\lambda_M$  risulta funzione di x. In pratica poi risulta:

$$\omega_M(0) \approx c, \text{ per cui: } \lambda_M(0) \approx R\varphi + 2c.$$

dove:  $\epsilon \approx 10^{-3} + 10^{-2}$  è un numero fissato opportunamente.

Determinati i valori di  $B_{0M}$ ,  $\lambda_{M(0)}$ ,  $\beta$  il modello efficace risulterà individuato e si potrà, usando il procedimento prima descritto, risolvere il problema della previsione delle traiettorie.

Vogliamo infine far esplicitamente notare che nella situazione reale (nella quale è sempre  $\lambda_{M(0)} > R\varphi$ ) non è mai possibile far coincidere completamente la traiettoria effettiva di una particella carica con l'asse  $s$  di Fig. 3-b). Consideriamo infatti una particella con  $q$  e  $p$  assegnati che penetra in  $M$  e si imponga, ad esempio, che essa descriva l'arco di circonferenza  $\widehat{EF}$  di raggio  $R$ . In base alla (9) si dovrà allora predisporre nel transfero un campo di induzione  $B'_{0M}$  calcolabile con la relazione:

$$(31) \quad B'_{0M} = \frac{p}{|q| \cdot R}.$$

Se ora il campo si annullasse in modo "sharp" in corrispondenza dei bordi geometrici sulle testate di  $M$ , tenuto conto che la lunghezza dell'arco  $\widehat{EF}$  è pari a  $R\varphi$ , si avrebbe, per la (8), una deflessione angolare della particella data da:

$$(32) \quad \frac{|q|}{p} \cdot \int_{\widehat{EF}} B_z(0, 0, s) \cdot ds = \frac{|q|}{p} B'_{0M} \cdot R\varphi = \varphi,$$

cioè la particella si muoverebbe sempre lungo l'asse  $s$ . L'esistenza di un annullamento "smooth" del campo alle testate (approssimativamente schematizzata nel "modello rettangolare efficace" mediante due strisce supplementari di campo omogeneo di larghezza  $\omega_{M(0)}$  adiacenti ai bordi geometrici della testata stessa) obbliga, per rispettare la condizione posta, ad immettere in  $M$  la particella non più nella direzione di  $s$ , ma lungo una direzione del P. M. ruotata rispetto a questa di un angolo  $\Delta\varphi$ , dato in buona approssimazione da:

$$(33) \quad \Delta\varphi \approx \frac{|q|}{p} \cdot \left\{ B'_{0M} \cdot \omega_{M(0)} \right\}$$

Un'eguale deflessione si avrà poi all'uscita di  $M$ , per cui la deflessione totale risulterà:

$$\varphi' = \varphi + 2 \cdot \Delta\varphi \approx \frac{|q|}{p} \cdot B'_{0M} \cdot \left\{ R\varphi + 2 \cdot \omega_{M(0)} \right\},$$

ossia:

$$(34) \quad \varphi' = \frac{|q|}{p} \cdot B'_{0M} \cdot \lambda_{M(0)}.$$

Se viceversa si impone che la particella che entra in M percorrendo l'asse s, seguiti a percorrere tale asse dopo che ne è uscita (ossia subisca una deflessione totale esattamente pari a  $\varphi$ ), rinunciando alla condizione che essa percorra l'arco  $\widehat{EF}$  dentro il campo, si dovrà predisporre un valore dell'induzione  $B_{0M} \neq B'_{0M}$ . In conseguenza di ciò il raggio di curvatura della traiettoria "efficace" assumerà un valore  $\rho \neq R$ . Per la (8) si può scrivere:

$$(35) \quad \varphi = \frac{|q|}{p} \cdot (B_{0M} \cdot \rho \varphi),$$

da cui, tenuto conto che in buona approssimazione è:

$$\rho \varphi \approx \lambda_{M(0)},$$

si ricava:

$$(36) \quad B_{0M} \approx \frac{|p|}{q} \cdot \frac{\varphi}{\lambda_{M(0)}}$$

In virtù della (9) si può ricavare il valore di  $\rho$  ( $> R$ ):

$$(37) \quad \rho = \frac{p}{|q| \cdot B_{0M}} \approx \frac{\lambda_{M(0)}}{\varphi} = \frac{R \varphi + 2\omega_{M(0)}}{\varphi},$$

ossia:

$$(37') \quad \rho \approx R + 2 \cdot \frac{\omega_{M(0)}}{\varphi}.$$

La traiettoria  $\gamma$  della nostra particella si svilupperà dunque lungo l'asse s ad eccezione di un arco di circonferenza di raggio  $\rho$  ed apertura  $\varphi$  i cui estremi E' ed F' cadono in punti dell'asse s aventi le coordinate

$$(0, 0, -\frac{\lambda_{M(0)}}{2}) \text{ e } (0, 0, +\frac{\lambda_{M(0)}}{2}).$$

Lo scostamento massimo di questa traiettoria dall'asse s si ha per  $s = 0$ ; esso è calcolabile con la relazione:

$$(38) \quad \Delta x (s = 0) = \frac{\omega_{M(0)}}{\text{sen } \varphi/2} - (\rho - R).$$

#### D) - DESCRIZIONE DELLE MISURE EFFETTUATE -

Le principali misure effettuate sono rappresentate nelle Figg. da 5

a 16, ed i sistemi di coordinate a cui esse sono riferite sono ancora quelli introdotti al § C.

Tutte le misure furono effettuate nel P. M. delle lenti  $Q_N$  e del magnete M, pertanto nelle notazioni precedentemente introdotte per rappresentare le coordinate delle grandezze misurate verrà d'ora in poi omesso di indicare esplicitamente la coordinata  $z = 0$ , al suo posto verrà invece indicato il valore della corrente di eccitazione della lente o del magnete.

La maggior parte delle misure fu eseguita con un flussometro a fotocellula e galvanometro del tipo descritto da Dicke<sup>(3)</sup>. Con questo strumento furono impiegate le bobine seguenti<sup>(x)</sup>:

- Bobina A (parallelepipedica con larghezza molto ridotta) adatta per la misura del gradiente della componente verticale della induzione  $B_z$ .
- Bobina B (con sezione eguale alla precedente, ma di lunghezza molto maggiore) adatta alla misura del gradiente di  $B_z$  integrato su tutta la lunghezza del campo quadrupolare.
- Bobina C (cilindrica con piccolo diametro) prevista per la misura puntuale di  $B_z$ .

La bobina scelta era poi sistemata su un coordinatometro, accuratamente posizionato rispetto al magnete in misura, che permetteva di determinare agevolmente e con sufficiente precisione la posizione della bobina sul P. M. rispetto agli assi di riferimento. Per le misure assolute di campo, in regioni dove questo risultava dotato di elevata omogeneità, fu usato un gaussimetro a risonanza magnetica nucleare (R. M. N.) derivato dal tipo descritto da Beljers<sup>(4)</sup> e realizzato presso i Laboratori. Infine le correnti di eccitazione dei magneti furono determinate misurando con un potenziometro Leeds and Northrop le cadute di tensione ai terminali di resistenze standard inserite nel circuito di alimentazione. Una descrizione più dettagliata degli strumenti e dei metodi di misura usati trovasi comunque nella Appendice A.

Nel seguito di questo paragrafo viene fornita per ogni misura, o gruppo di misura affini dal punto di vista della loro esecuzione, una descrizione sintetica del procedimento seguito ed una stima degli errori dai quali la misura si ritiene affetta.

La misura assoluta del gradiente  $(\partial B_z / \partial x)_{ON}$  in funzione della corrente di eccitazione  $I_N$  è mostrata in Fig. 5. Essa fu eseguita effettuando una taratura complessiva del sistema: bobina A, flussometro, voltmetro di misura, in un campo magnetico molto omogeneo di intensità accuratamente determinata con il gaussimetro a R. M. N. Scelti opportuni valori della sensibilità del flussometro e del fondo scala del voltmetro, fu determinata, estraendo completamente la bobina dal campo, la costante di taratura

---

(x) - I termini larghezza, altezza, lunghezza vanno qui intesi come riferiti rispettivamente agli assi  $x$ ,  $z$ ,  $s$  già introdotti.

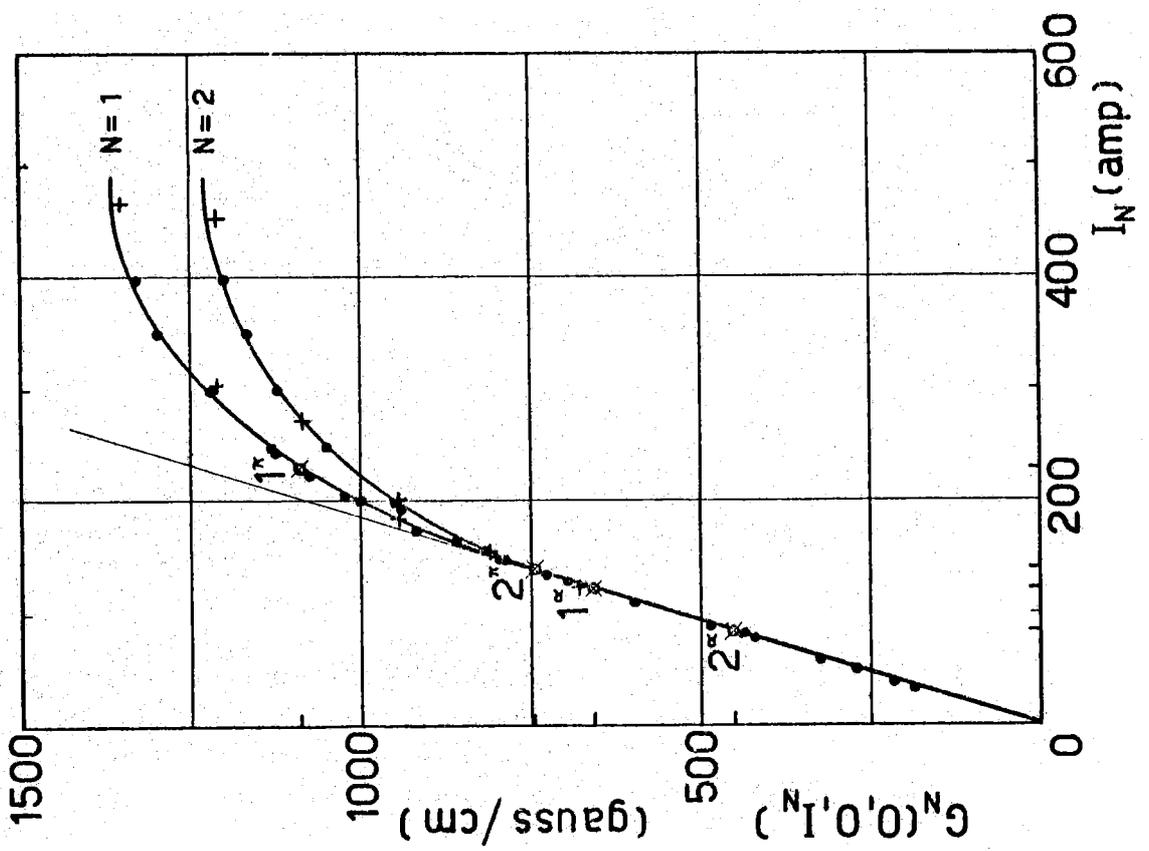


FIG. 5 - Variazioni dei gradienti  $(\partial B_z / \partial x)_{0N}$  misurati nel centro di ciascuno dei due quadrupoli ( $x=0, z=0, s=0$ ), al variare delle rispettive correnti di eccitazione.

- I punti ● sono stati ottenuti con misure magnetiche;
- I punti + sono stati ottenuti con una tecnica diversa (odoscopio a filo);
- I punti contrassegnati  $1^\pi, 2^\pi$  indicano i punti di lavoro delle lenti  $Q_1$  e  $Q_2$  nelle condizioni standard di funzionamento (selezione di  $\pi^+$  con energia cinetica 70 MeV);
- I punti contrassegnati  $1^\alpha, 2^\alpha$  indicano invece le condizioni di lavoro delle stesse lenti durante la calibrazione con una sorgente di particelle  $\alpha$ .

del sistema ( $n^{\circ}$  gauss/ $n^{\circ}$  divisioni del voltmetro). Le misure di gradiente furono poi effettuate mantenendo tutto il dispositivo nelle stesse condizioni e spostando la bobina A lungo l'asse  $x$  su un intervallo  $\Delta x = 10$  mm centrato attorno ad  $0_N$  ed in corrispondenza a diversi valori di  $I_N$ . Con questo metodo, l'errore commesso nella misura assoluta di  $G_N$  si può stimare non superiore a  $\pm 0.4\%$ .

Per la misura di Fig. 6, trattandosi di una misura relativa, non fu necessario eseguire la taratura precedentemente descritta. Per l'esecuzione vennero ancora usati il flussometro e la bobina A che veniva spostata sulla stessa base  $\Delta x$  centrata attorno a vari punti dell'asse  $x$  nell'intervallo  $(-6, +6)$ . Tutta la misura fu eseguita nelle stesse condizioni di sensibilità del flussometro e fondo scala del voltmetro, per cui si può valutare l'errore max. commesso nella misura del rapporto  $G_N(x, 0, I_N)/G_N(0, 0, I_N)$  non superiore al  $\pm 0.2\%$ . I risultati ottenuti per  $Q_2$  furono identici a quelli mostrati per  $Q_1$ .

Le misure delle Figg. 7, 8, 9 furono eseguite utilizzando il flussometro e la bobina C che, per punti di coordinate  $s$  diverse, veniva spostata parallelamente all'asse  $x$  da  $x - \Delta x/2$  a  $x + \Delta x/2$ . Anche in questo caso si tratta di misure di confronto come quelle precedentemente descritte, tuttavia, a causa delle ampie variazioni di gradiente, l'errore di misura diviene per alcuni punti superiore a quello precedentemente stimato, essendosi resi necessari cambiamenti del fondo scala degli strumenti ed alcune letture in condizioni di più scarsa precisione. Tenuto presente tutto ciò, si può ritenere che l'errore max. in queste misure non superi in ogni caso il  $\pm 0.8\%$ .

Per le misure di Fig. 10, 11, si è proceduto con due metodi diversi. Nel primo furono utilizzate mappe del rapporto  $G_N(x, s, I_N)/G_N(x, 0, I_N)$ , analoghe a quelle mostrate nelle Figg. 7, 8, 9, effettuando per ciascuna di essa una integrazione alla Simpson dell'area compresa tra la curva e l'asse delle ascisse. Il valore di quest'area fu poi moltiplicato per il rapporto  $G_N(x, 0, I_N)/G_N(0, 0, I_N)$  misurato, per ottenere  $\lambda_N(x, I_N)$  conformemente alla definizione (17) del § C.

L'errore effettuato si può ritenere in questo caso pari a circa  $\pm 0.5\%$ .

Un secondo metodo, nel quale fu fatto uso della bobina B e del flussometro, permise la determinazione, più rapida ed accurata del rapporto  $\lambda_N(x, I_N)/\lambda_N(0, I_N)$  per i diversi valori di  $x$ . Per questo scopo, la bobina B fu disposta in modo che il P. M. la intersecasse simmetricamente rispetto alla sua altezza, mentre il lato più lungo, parallelo all'asse  $s$ , risultava anche simmetrico rispetto al piano  $x, z$ . In queste condizioni la bobina veniva a concatenare quasi completamente, in virtù della sua lunghezza, i campi dispersi alle due testate della lente  $Q_N$ . Furono poi effettuati, per ogni  $x$  fissato, spostamenti (parallelamente all'asse  $s$ ) della bobina sull'intervallo  $x - \Delta x/2, x + \Delta x/2$ . In queste condizioni la tensione  $V(x)$  letta sul voltmetro risultava proporzionale a:

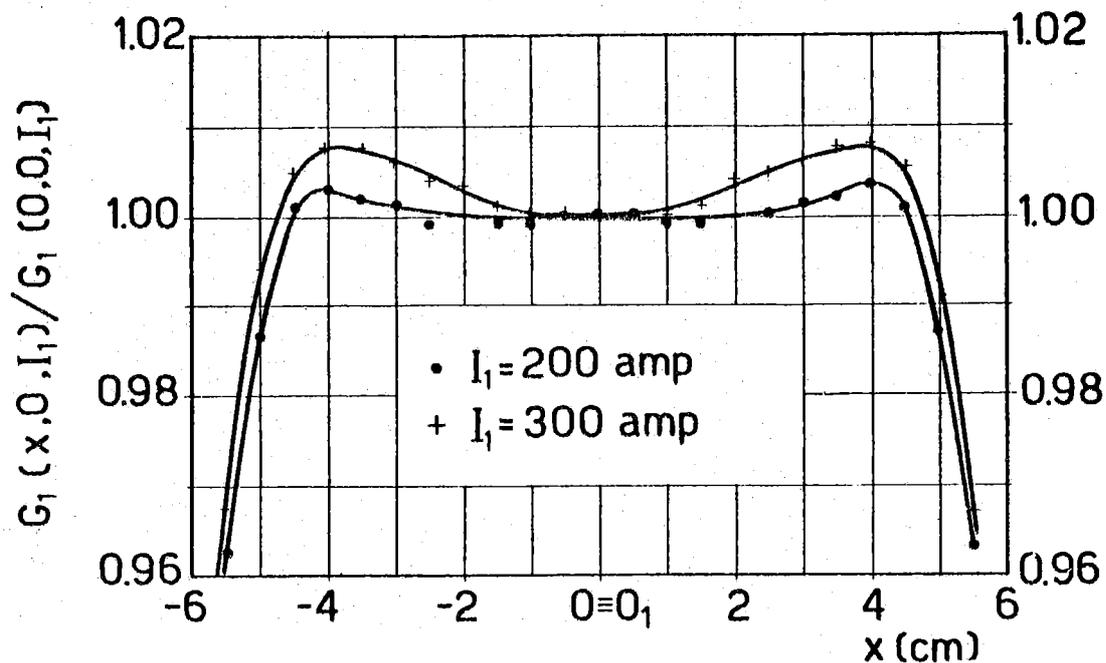


FIG. 6 - Mappe della variazione del gradiente  $G_1(x, 0, I_1)$  lungo l'asse  $x$  nel quadrupolo  $Q_1$  per due diversi valori della corrente di eccitazione  $I_1$ . Le due curve sono state normalizzate ad 1 nel punto  $0_1$ .

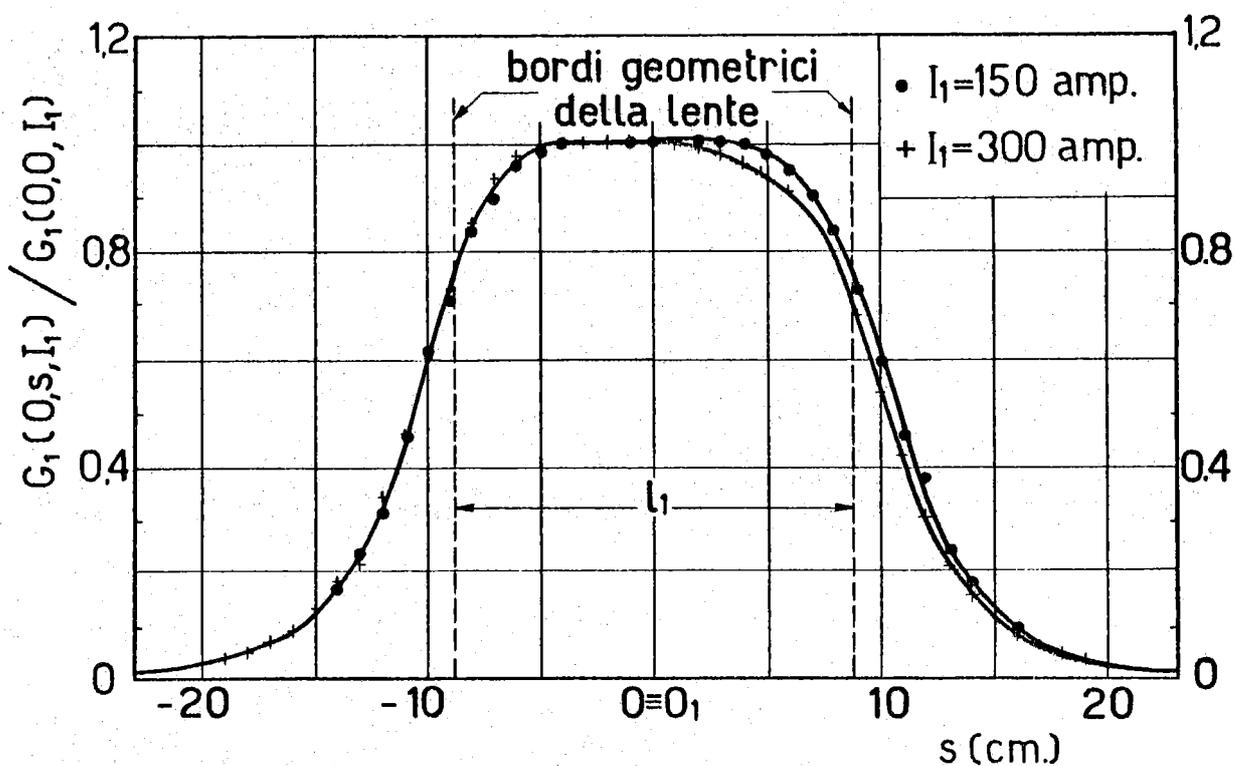


FIG. 7 - Mappe della variazione del gradiente  $G_1(0, s, I_1)$  lungo l'asse  $s$  per due diversi valori della corrente  $I_1$  che alimenta  $Q_1$ . Le due curve sono normalizzate ad 1 nel punto  $0_1$ .

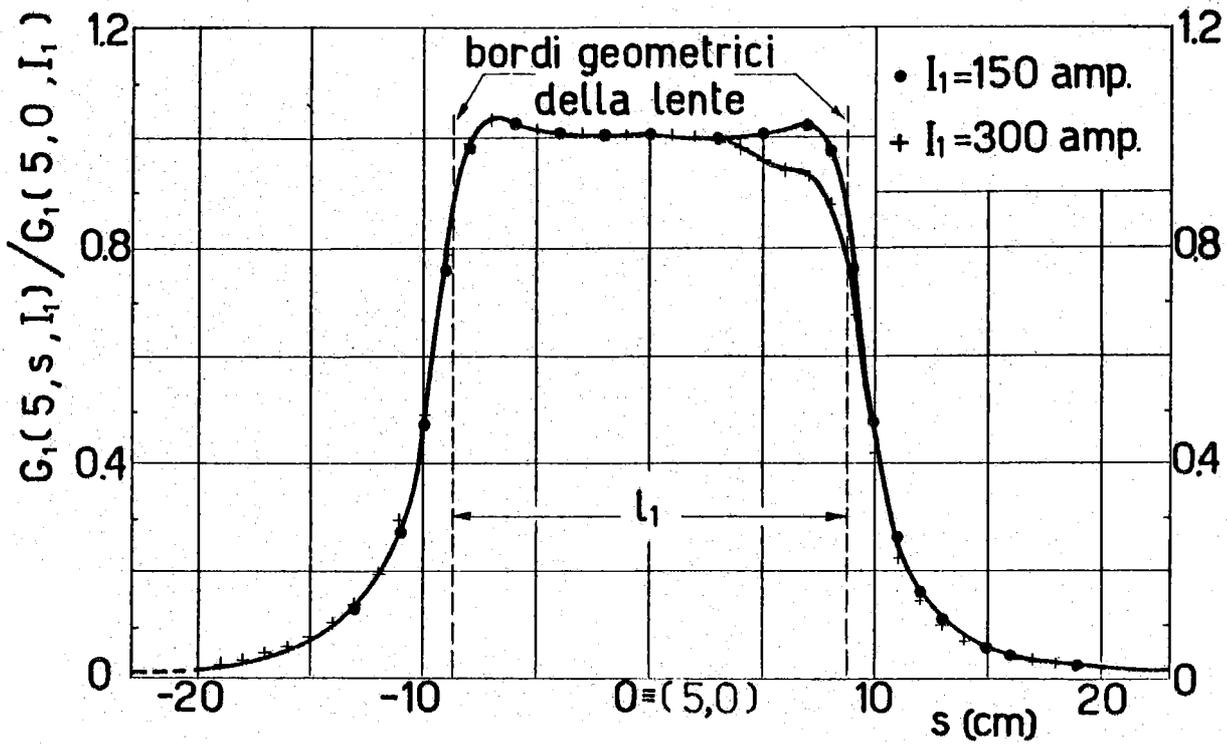


FIG. 8 - Mappe analoghe a quelle della fig. 7 ma rilevate lungo una parallela all'asse  $s$ , a distanza  $x = 5$  cm da questo, situata sul P. M. La normalizzazione ad 1 delle due curve è ora effettuata nel punto  $(x = 5, z = 0, s = 0)$ .

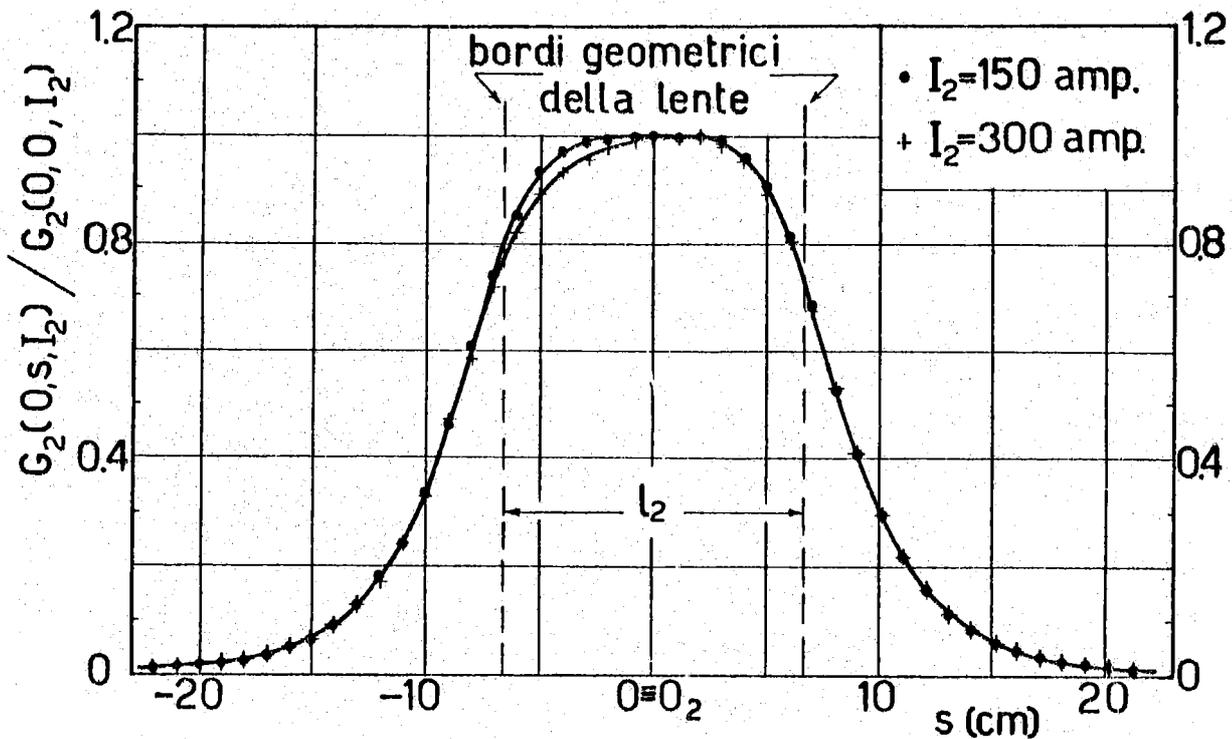


FIG. 9 - Mappe analoghe a quelle della fig. 7 ricavate sulla lente  $Q_2$ .

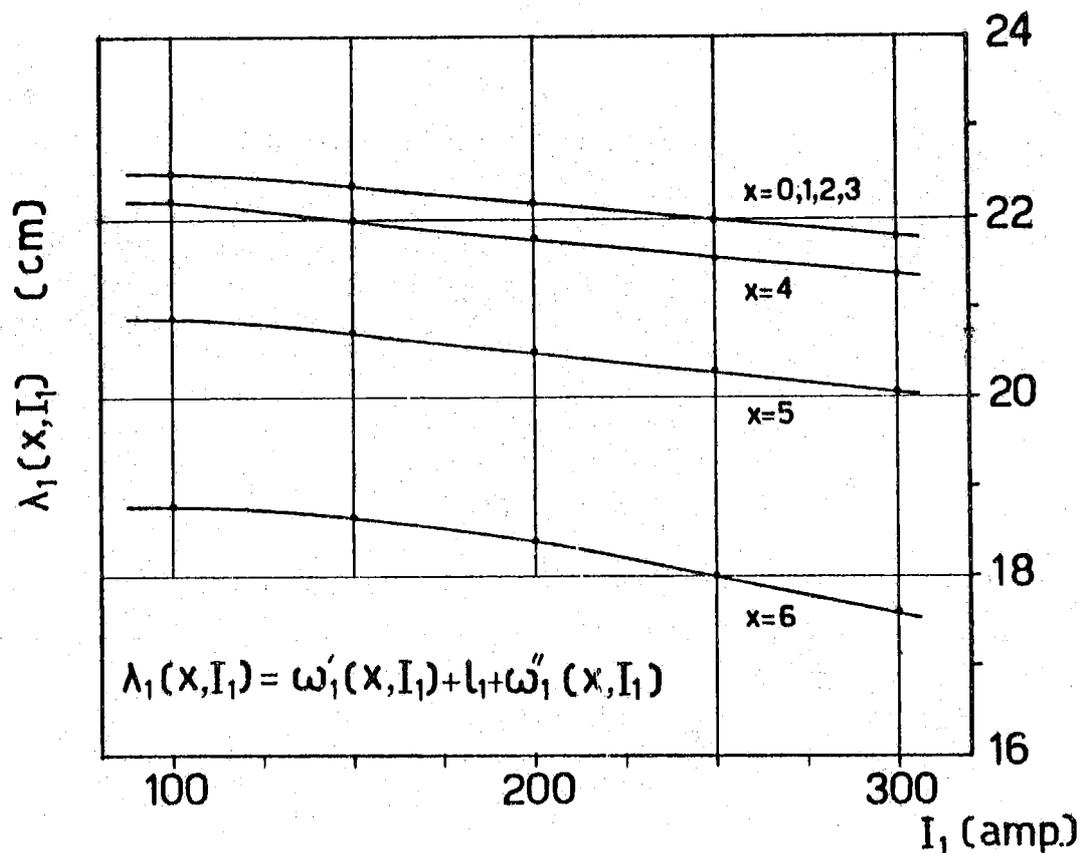


FIG. 10 - Variazioni, con la corrente di eccitazione, della "lunghezza equivalente" del quadrupolo  $Q_1$  misurata sul P. M. parallelamente all'asse  $s$  a diverse distanze  $x$  da questo.

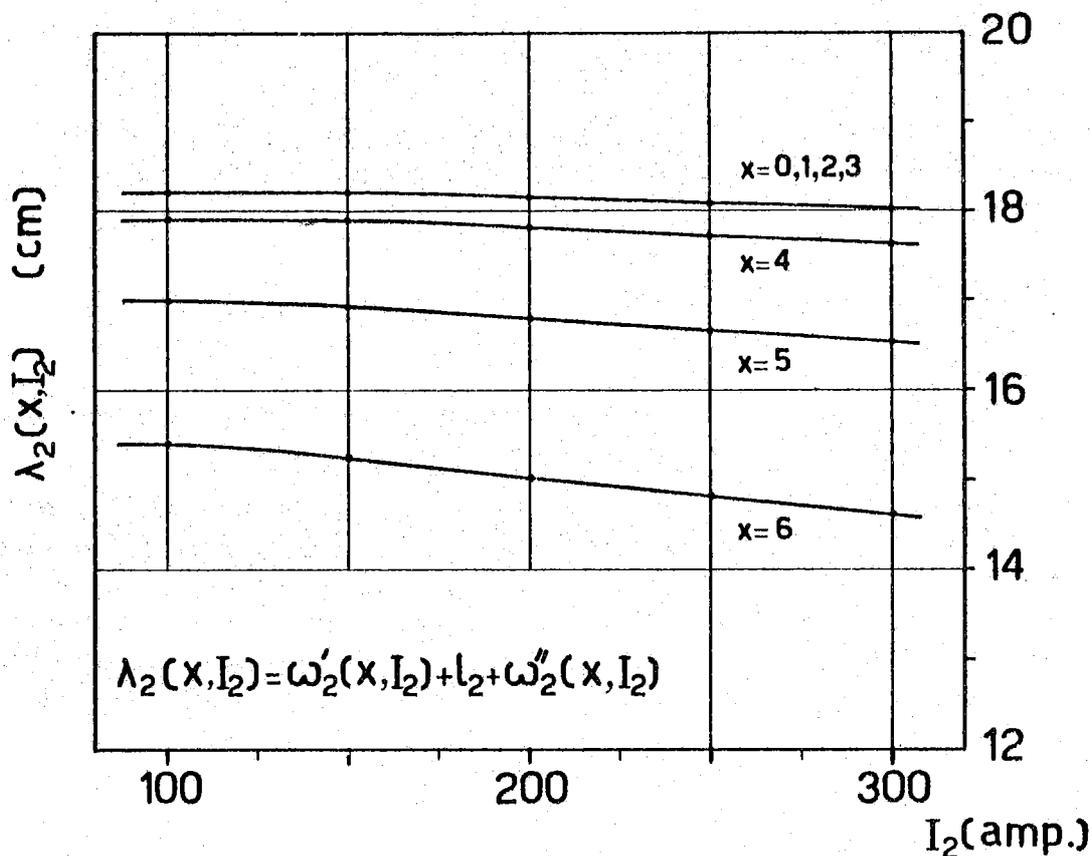


FIG. 11 - Variazioni analoghe a quelle mostrate in fig. 10 per la lente  $Q_2$ .

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{-L}^L B_z(x, 0, I_N) \cdot ds = \int_{-\infty}^{+\infty} G_N(x, s, I_N) \cdot ds.$$

In esse,  $L = 250$  mm rappresenta la semi-lunghezza della bobina B, ed i contributi degli integrali di  $B_z$  negli intervalli  $(-\infty, -L)$  e  $(L, +\infty)$  sono stati ritenuti trascurabili. Se si tiene conto della definizione di  $\lambda_N(x, I_N)$  si vede che si può scrivere:

$$\frac{\lambda_N(x, I_N)}{\lambda_N(0, I_N)} = \frac{V(x)}{V(x=0)}.$$

L'errore nella misura relativa descritta fu valutato essere di  $\pm 0.2\%$ .

Per ottenere con questa via il valore assoluto di  $\lambda_N(x, I_N)$  fu invece utilizzata la relazione:

$$\lambda_N(x, I_N) = \left\{ \frac{\lambda_N(0, I_N)}{V(x=0)} \right\} \cdot V(x) = \text{cost.} \cdot V(x).$$

La costante di proporzionalità fu determinata assumendo il valore di  $\lambda_N(0, I_N)$  stabilito con il primo metodo. L'errore commesso nella misura assoluta di  $\lambda_N(x, I_N)$  con il metodo ora descritto può essere stimato in circa  $\pm 1.2\%$ .

Le Figg. 12 e 13 mostrano le variazioni, con la coordinata  $x$ , delle distanze  $w'_N$  ed  $w''_N$  tra il "bordo geometrico" ed il "bordo equivalente" all'entrata ed all'uscita di ciascuna lente in varie condizioni di eccitazione. Tali distanze (cfr. (19), (20) § C)) furono ottenute considerando separatamente gli integrali:

$$\int_{-\infty}^0 G_N(x, s, I_N) \cdot ds, \text{ e: } \int_0^{+\infty} G_N(x, s, I_N) \cdot ds$$

Questi sono stati a loro volta ottenuti con metodi analoghi a quelli precedentemente descritti per la misura di  $N$ .

Nella fig. 14 sono invece mostrate le misure di  $B_{0M}(I_M)$  effettuate con il gaussimetro a R. M. N. L'errore commesso è stimato essere pari a  $\sim 0.5\%$  (cfr. anche quanto detto in proposito nell'appendice A-4). La misura di Fig. 15 è stata effettuata usando il flussometro e la bobina C; furono misurate le variazioni  $\Delta B_z$  di  $B_z$  sull'intervallo  $0, x$  dell'asse  $x$ . Il valore di  $B_{0M}$  fu invece determinato con rotazione di  $180^\circ$  della stes

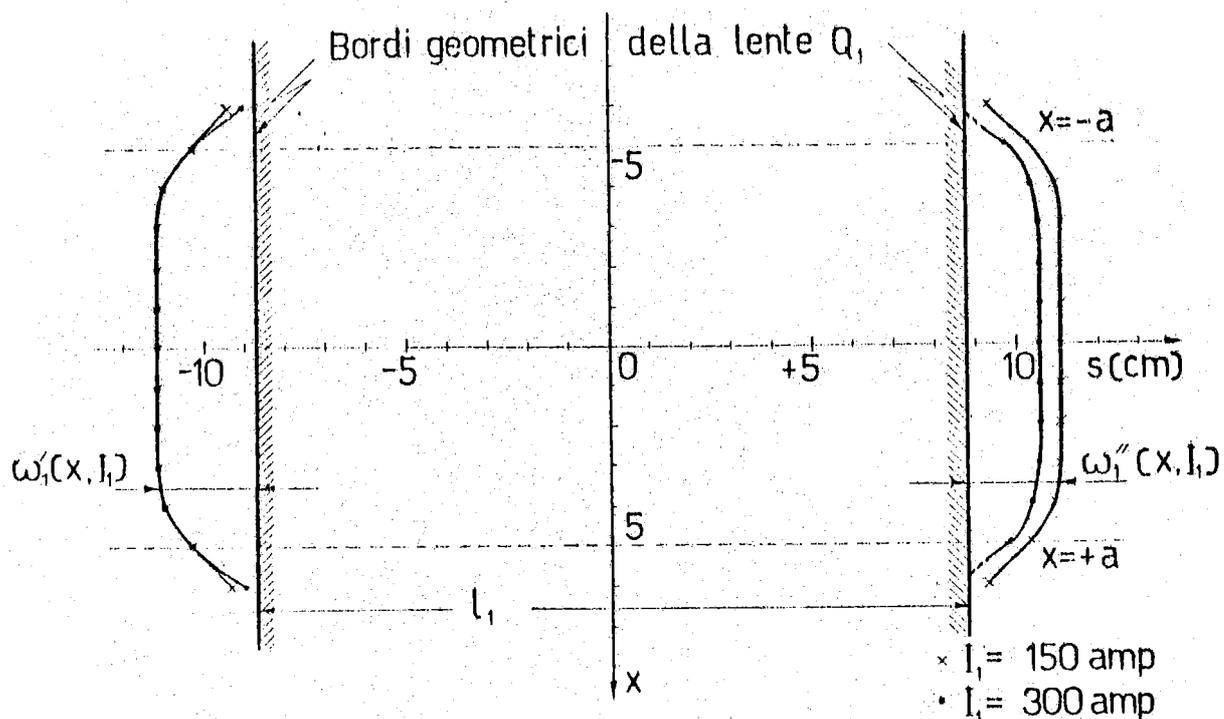


FIG. 12 - Variazioni rispetto alla coordinata  $x$  nel P. M., della distanza tra il "bordo equivalente" ed il "bordo geometrico" all'entrata ed all'uscita della lente  $Q_1$ . Il parametro che contraddistingue le due curve è la corrente di eccitazione  $I_1$ .

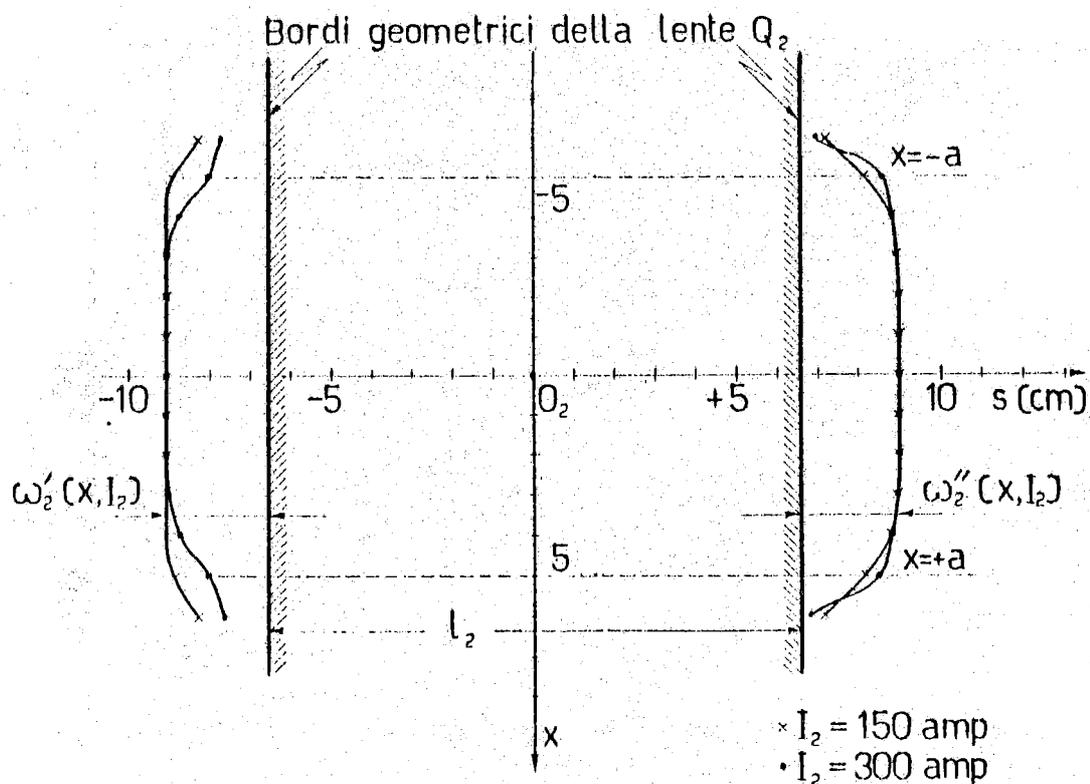


FIG. 13 - Variazioni analoghe a quelle rappresentate nella fig. 7 per la lente  $Q_2$ .

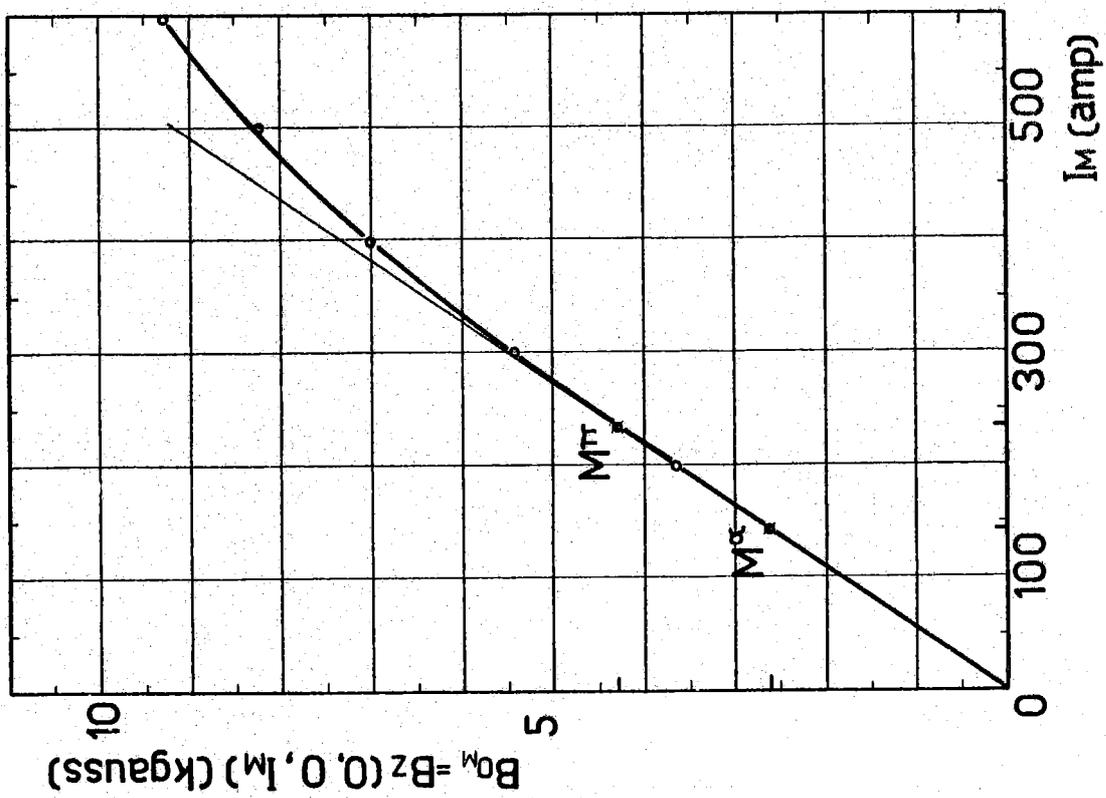


FIG. 14 - Variazione, con la corrente di eccitazione  $I_M$ , della componente  $B_z$  dell'induzione magnetica nel centro  $O_M$  del magnete  $M$ . I punti della caratteristica contrassegnati con  $M^\beta$  ed  $M^\alpha$  indicano le condizioni di lavoro del magnete rispettivamente nell'impiego definitivo e nella calibrazione con una sorgente  $\alpha$ .

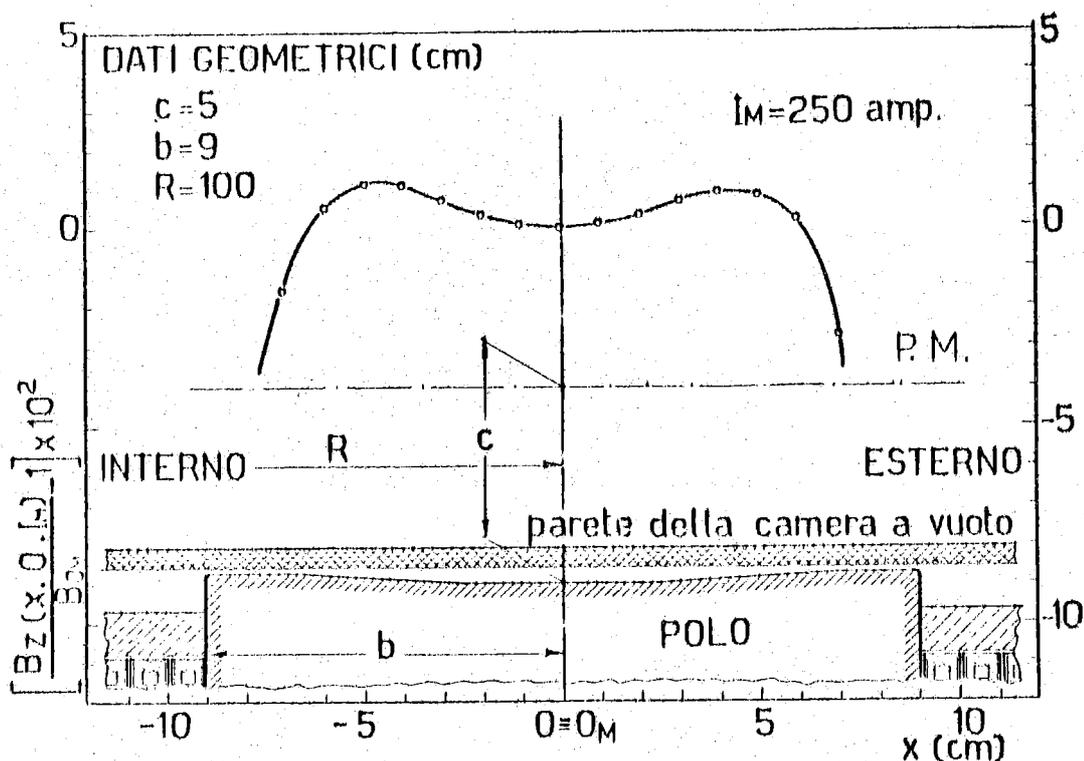


FIG. 15 - Scarto percentuale dell'induzione  $B_z(x, 0, I_M)$  rispetto al valore centrale  $B_{0M} = B_z(0, 0, I_M)$  per valori diversi della coordinata  $x$ , sul P. M. La curva è stata ottenuta per il valore  $I_M = 250$  amp della corrente di ec citazione.

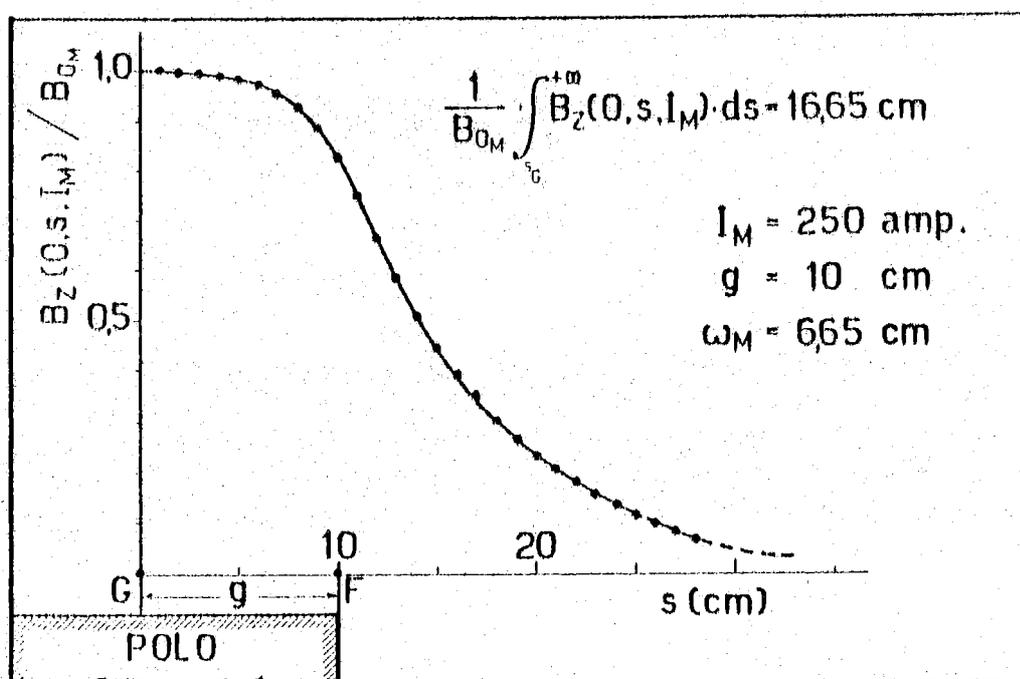


FIG. 16 - Variazione, lungo l'asse  $s$ , della componente  $B_z(0, s, I_M)$  sul P. M., nell'intorno di una testata del magnete M. La curva, che è stata ottenuta per  $I_M = 250$  amp, è stata poi normalizzata ad 1 dividendo le sue ordinate per  $B_{0M} = B_z(0, 0, I_M)$ .

sa bobina nel punto  $0_M$ . Il segnale fornito, che è notevolmente più grande di quelli corrispondenti ai  $\Delta B_z$  precedenti, fu inviato ad un partitore resistivo posto all'ingresso del flussometro. Così utilizzando una frazione nota con accuratezza del segnale, fu possibile misurare  $B_{0M}$  senza dover ricorrere a cambiamenti di sensibilità o di fondo scala (cfr. anche la procedura indicata nell'Appendice A - 1). L'errore commesso si può qui ritenere del  $\pm 0.4\%$ .

Per la misura rappresentata in Fig. 16 fu usata la bobina C con il flussometro e furono eseguiti spostamenti  $\Delta s$  crescenti a partire da un punto G in cui  $B_z(0, s_G, I_N) \approx B_{0M}$ . Anche in questo caso valgono, per la stima dell'errore, le considerazioni fatte a proposito delle misure di cui alle Figg. 7. 8. 9.

#### E) - OSSERVAZIONI E CONCLUSIONI -

Esamineremo dapprima le misure effettuate sui quadrupoli suddividendole in tre gruppi distinti:

1) Curve di eccitazione. - Il valore teorico della pendenza iniziale delle curve di eccitazione di  $Q_1$  e  $Q_2$ , calcolato nell'ipotesi di permeabilità infinita del ferro, risulta<sup>(x)</sup>:

$$(39) \quad \frac{G_N(0, 0, I_N)}{I_N} = 2 \times 10^2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{\mathcal{N}_p}{a^2} = 5.43 \text{ gauss/cm amp.}$$

Tale valore deve essere confrontato con il valore misurato:

$$(5.40 \pm 0.03) \quad \text{gauss/cm amp.}$$

L'andamento lineare iniziale delle caratteristiche si mantiene praticamente tale per entrambi i quadrupoli, fino ad un valore della corrente di eccitazione di circa 175 amp. (cfr. Fig. 5). Per valori più elevati delle correnti comincia a manifestarsi una deviazione progressiva dall'andamento lineare, deviazione attribuibile, con la particolare geometria adottata (cfr. Fig. 1), alla progressiva saturazione del polo. La sezione del polo dove l'induzione magnetica nel ferro risulta più elevata, è infatti quella situata, rispetto alla base, a circa  $2/3$  dell'altezza del polo stesso. L'effetto di saturazione è poi più spiccato per il quadrupolo  $Q_2$  a causa del più elevato rapporto tra il flusso disperso ed il flusso totale che consegue dal minore valore del rapporto lunghezza/diametro ( $l_1/2a = 1.75$  per  $Q_1$ , contro:  $l_2/2a = 1.32$  per  $Q_2$ ). Per un gradiente di 1200 gauss/cm le percentuali di amperspire che occorre supplire, per compensare le cadute di f. m. m. nel ferro, risultano di circa 27% per  $Q_1$ , e di circa il 78% per  $Q_2$ .

(x) - In questa formula  $\mu_0$  è la permeabilità del vuoto,  $\mathcal{N}_p = 54$  è il numero di spire per polo ed  $a = 5$  cm è il raggio del cerchio di gola.  $\mathcal{N}_p$  ed  $a$  hanno i valori suddetti tanto per  $Q_1$  che per  $Q_2$ . (cfr. anche la nota a piè di pag. 19).

2) Misure di controllo della distribuzione trasversale del gradiente.

Il profilo polare effettivamente usato è quello rappresentato nella Fig. 1, a) ed i criteri inizialmente seguiti per la sua scelta sono qui riassunti. Elmore e Garrett<sup>(5)</sup> hanno analizzato le proprietà di un campo magnetico bidimensionale prodotto da 4 espansioni polari di profilo arbitrario purchè identiche, alternativamente mantenute ai potenziali magnetici  $\pm \phi_0$ , e dotate dei seguenti piani di simmetria<sup>(x)</sup>:

$$s_{0Nx}, s_{0Nz}, s_{0Nx'}, s_{0Nz'} \quad (\text{piani di simmetria geometrica})$$

$$s_{0Nx'}, s_{0Nz'} \quad (\text{piani di simmetria magnetica}).$$

Tale analisi fornisce per il potenziale scalare magnetico  $\phi$ , per le componenti  $x$  e  $z$  del campo  $H$  e per i loro gradienti misti le espressioni:

$$(40) \quad \left\{ \begin{array}{l} \phi(x, z) = h_2 xz + h_6 \cdot (x^5 z - \frac{10}{3} x^3 z^3 + xz^5) + \dots \\ H_x = -\frac{\partial \phi}{\partial x} = -h_2 \cdot z - h_6 \cdot (5x^4 z - 10x^2 \cdot z^3 + z^5) + \dots \\ H_z = -\frac{\partial \phi}{\partial z} = -h_2 \cdot x - h_6 \cdot (x^5 - 10x^3 z^2 + 5xz^4) + \dots \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} = \frac{\partial H_z}{\partial x} = -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} = -h_2 - h_6 \cdot (5x^4 - 30x^2 z^2 + 5z^5) + \dots \end{array} \right.$$

Nelle (40) i coefficienti  $h_2, h_6, \dots$  sono determinati dalle condizioni al contorno scelte. Ad esempio, nel caso di profili polari iperbolici di equazione  $x \cdot z = \pm a^2/2$ , estendentesi infinitamente sia lungo gli asintoti  $x = 0, z = 0$  che lungo l'asse  $s$ , si ottiene nel P. M. una distribuzione di campo coincidente con quella definita dalle (11) del § C<sup>(+)</sup>. Pertanto in questo caso tutti i coefficienti successivi ad  $h_2$  sono nulli.

Nella realizzazione pratica di un quadrupolo nessuna delle condizioni anzidette può essere soddisfatta. Cosicché nelle (23) saranno presenti, oltre al 1<sup>o</sup>, i termini successivi.

Se si desidera quindi ottenere campi quanto più possibile lineari, è di grande interesse ricercare se non sia possibile, attraverso una op

(x) Il sistema di riferimento è ancora quello della Fig. 1-a) e 3-a) e si fa anche l'ipotesi che le espansioni polari si estendano lungo l'asse  $s$  da  $-\infty$  a  $+\infty$ .

(+) Vedi più pag. 19.

portuna profilatura dei poli, minimizzare nelle (40) i coefficienti dei termini successivi al 1°.

Dayton, Shoemaker e Mozley<sup>(6)</sup> attraverso uno studio sperimentale eseguito su quadrupoli a profilo circolare hanno mostrato che per ogni valore del rapporto tra larghezza  $E$  dalla scarpa polare alla sua base (larghezza misurata parallelamente all'asse  $z'$  di Fig. 1, a) ed il raggio di gola  $a$ , esiste un valore del raggio  $R$  del cerchio approssimante il profilo polare per cui risulta:  $h_6/h_2 = 0$ , e trascurabile il rapporto  $h_{10}/h_2$ . Ad esempio, per  $E/a = 2$ , si ottiene  $h_6 = 0$ , quando  $R/a = 1.15$ . Poichè nel nostro caso risulta  $E/a = 2.22$ , si è scelto orientativamente  $R = 1.15a = 57.5$  mm e si è lasciato, a scopo precauzionale del sovrametallo verso le estremità laterali del traferro modificando il profilo circolare con le rette tangenti. Si è così ottenuto il profilo composito rappresentato nella Fig. 1-a).

Le misure effettuate per controllare la distribuzione di gradiente fornita da questi poli, sono state eseguite nel piano  $z = 0$  e lungo l'asse  $x$ . Dall'esame di queste mappe (cfr. Fig. 6) è possibile ricavare, per valori di  $x$  e della corrente  $I_N$  soddisfacenti alle disuguaglianze:

$$\begin{cases} -0.9 \leq x/a \leq 0.9 \\ 0 < I_N \leq 200 \text{ amp,} \end{cases}$$

la seguente limitazione:

(+) - Nota della pag. 18. -

Assumendo infatti un potenziale scalare magnetico del tipo:

$$\phi(x, z) = \frac{2\phi_0}{a^2} \cdot xz,$$

cioè tale da fornire i valori  $\pm \phi_0$  nei punti delle due iperboli  $xz = \pm a^2/2$ , si ricava:

$$\begin{cases} H_x = -\frac{\partial \phi}{\partial x} = -\frac{2\phi_0}{a^2} z = -h_2 \cdot z \\ H_z = -\frac{\partial \phi}{\partial z} = -\frac{2\phi_0}{a^2} x = -h_2 \cdot x \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} = \frac{\partial H_z}{\partial x} = -\frac{2\phi_0}{a^2} = -h_2 \end{cases}$$

nelle quali si è posto:  $(2\phi_0/a^2) = h_2$ . Si osservi poi che  $\phi_0 = \mathcal{C}_p \cdot I_N$  è la d. d. p. magnetico tra una superficie polare ed il P. M. e che  $\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H}$ , per cui si può scrivere:

$$G_N(0, 0, I_N) = \mu_0 \cdot \left| \frac{\partial H_z}{\partial x} \right| = \frac{2\mu_0 \phi_0}{a^2} = \frac{2\mu_0 \mathcal{C}_p}{a^2} \cdot I_N,$$

da cui la (39) è derivata.

$$1 \leq \frac{G_N(x, 0, I_N)}{G_N(0, 0, I_N)} < 1.01$$

Si può perciò concludere che è presente una leggera sovracompensazione del profilo polare verso gli estremi del traferro, tuttavia non si è ritenuto indispensabile ricorrere a ritocchi del profilo.

Per correnti maggiori di 200 amp. l'omogeneità del gradiente peggiora assai rapidamente a causa della progressiva saturazione della scarpa polare nei punti estremi del traferro, cioè nei punti in cui la profilatura è stata interrotta.

### 3) Misure di controllo della distribuzione assiale del gradiente.

Dalle misure effettuate si può innanzi tutto ricavare che le lunghezze equivalenti delle due lenti  $\lambda_1(0, I_1)$ ,  $\lambda_2(0, I_2)$  rimangono costanti per variazioni della corrente di eccitazione tra 0 e 100 amp; i loro valori risultano pari rispettivamente a  $(22,5 \pm 0,1)$  cm e  $(18,2 \pm 0,1)$  cm. Pertanto se ne deduce che per valori del rapporto  $l_N/a$  compresi tra 2,64 e 3,5, risulta verificata, entro gli errori, la relazione:  $\lambda_N(0) = l_N + a$ . Si può poi osservare che in tutto l'intervallo di correnti esplorato (0 + 300 amp) si riscontra sistematicamente, per ogni  $I_N$  fissato, una decrescita di  $\lambda_N$  al crescere di  $x$  in entrambe le lenti (cfr. Figg. 12 e 13). Per  $|x| \leq 3$  cm ed  $I_N$  compreso nell'intervallo precisato, le variazioni di  $\lambda_N$  con  $x$  sono sempre contenute entro gli errori di misura e perciò irrilevabili; per  $|x| > 3$  cm dette variazioni si rilevano invece chiaramente.

Pure sistematica risulta la decrescita di  $\lambda_N$  all'aumentare di  $I_N$  per ogni valore di  $x$  nel traferro. Tale decrescita tende sempre a divenire più rapida con l'aumentare della distanza dell'asse  $s$  (cfr. Figg. 10 e 11). Ad esempio, per la lente  $Q_1$  e per  $I_1 = 300$  amp; gli accorciamenti percentuali di  $\lambda_1$  riferiti a  $\lambda_1(0, 100)$  risultano pari a  $\sim 1,1\%$  per  $|x| \leq 3$  cm,  $\sim 3,3\%$  per  $|x| = 4$  cm e  $\sim 9,5\%$  per  $|x| = 5$  cm.

Gli effetti osservati sono certamente imputabili alla progressiva saturazione delle testate delle scarpe polari all'aumentare dell'eccitazione. Tuttavia, come mostrano chiaramente le misure delle Figg. 7, 8, 9, tali effetti non si verificano in eguale misura sui bordi di entrata e di uscita di ciascun quadrupolo. Ciò è dovuto alla disposizione asimmetrica della scarpa rispetto al polo (cfr. Fig. 1-b)) per cui l'estremo della scarpa medesima che rimane di sbalzo rispetto al polo comincia a saturare prima dell'estremo opposto. Gli effetti di saturazione dissimmetrica ora descritti sono bene rappresentati dalle variazioni con  $I_N$  ed  $x$  delle quantità  $\omega_N'$  ed  $\omega_N''$  definite dalle (19) e (20) del § C. Per  $Q_1$ , quando  $I_1$  passa da 100 a 300 amp., si verifica una apprezzabile riduzione di  $\omega_N''$  che si mantiene all'incirca di eguale misura per tutti gli  $|x| < 5$  cm. Per  $Q_2$  gli

effetti si osservano sul bordo di entrata<sup>(x)</sup> e sono descritti dalle variazioni di  $\omega_2'$  con  $I_2$  ed  $x$  (cfr. Figg. 12 e 13).

Le differenze tra  $\omega_N'$  ed  $\omega_N''$  di una stessa lente trascinano poi come conseguenza uno spostamento del centro magnetico  $0_N'$  (definito come il punto dell'asse  $s$  intermedio tra i due bordi equivalenti) rispetto al centro geometrico  $0_N$ . Questo spostamento, per  $I_N \leq 300$  amp., resta però contenuto entro  $\approx 2 + 3$  mm, sia per  $Q_1$  che per  $Q_2$ . Per quanto riguarda la "larghezza efficace"  $\alpha$  della distribuzione (definita dalla (18)) si può ricavare dalle misure svolte che per  $I_N \leq 300$  amp., assumendo  $\alpha = 4,5$  cm, risulta in entrambe le lenti  $\eta = 0,99$ .

Concludendo si può dire che la distribuzione reale di gradiente nel P. M. delle lenti  $Q_N$ , si può schematizzare, per valori della corrente di eccitazione compresi tra 0 e 300 amp, con un "modello rettangolare efficace" individuato, per ogni valore assegnato di  $I_N$ , dai valori di:

$$\left\{ \begin{array}{l} G_N(0, 0, I_N) \quad (\text{ricavato dal grafico di Fig. 5}), \\ \lambda_N(0, I_N) \quad (\text{ricavato dal grafico di Fig. 10 per } Q_1, \text{ e di} \\ \quad \text{Fig. 11 per } Q_2) , \\ \alpha = 4,5 \text{ cm (corrispondente ad } \eta = 0,99) . \end{array} \right.$$

Infine, sulla base dei criteri enunciati al § C per l'applicabilità di questi modelli alle distribuzioni reali, si può prevedere che, risultando  $(\lambda_N(0) - 1_N)/I_N$  pari a  $\sim 0,29$  per  $Q_1$  e  $\sim 0,38$  per  $Q_2$ , tra i modelli efficaci delle due lenti, quello della lente  $Q_1$  dovrebbe risultare più idoneo a fornire attendibili previsioni delle traiettorie.

Esamineremo ora i risultati delle misure effettuate sul magnete analizzatore seguendo anche in questo caso la suddivisione usata in precedenza per le lenti  $Q_N$ .

1°) - Curva di eccitazione.

Dopo accurata demagnetizzazione del magnete M (cioè partendo da valori della induzione residua nel traferro praticamente nulli) è stato rilevato l'andamento di  $B_{0M} = B_z(0, 0, I_M)$  in funzione della corrente di eccitazione  $I_M$ . Tale curva (cfr. Fig. 14) mostra un comportamento lineare fino a  $\sim 300$  amp. ed il valore misurato della pendenza iniziale risulta:

$$\frac{B_{0M}}{I_M} = (18,45 \pm 0,05) \text{ gauss/amp}$$

(x) - Occorre tenere presente che nel montaggio definitivo delle lenti  $Q_N$  le parti a sbalzo delle espansioni polari vengono a trovarsi disposte frontalmente e precisamente all'uscita di  $Q_1$  ed all'entrata di  $Q_2$ .

Tale valore è da confrontare con il valore<sup>(x)</sup>:

$$\frac{B_{0M}}{I_M} = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{\mathcal{N}_p}{2c} = 18.46 \text{ (gauss, amp, cm)}$$

calcolato nell'ipotesi che per la parte in ferro del circuito magnetico si possa assumere  $\mu_r = \infty$ . Oltre i 300 amp comincia a manifestarsi un allontanamento progressivo dalla linearità, allontanamento prodotto dalla saturazione del ferro.

Ad esempio, per  $B_{0M} = 8$  KGs è necessario fornire un supplemento di amperspire di circa il 9% per compensare la caduta di f. m. m. nel ferro dovuta alla riduzione della sua permeabilità.

Per determinare il campo residuo max nel traferro del magnete, questo fu, a partire dalla condizione di smagnetizzazione totale, eccitato fino alla quasi completa saturazione e quindi diseccitato completamente. Il valore del campo misurato al centro del traferro risultò essere dell'ordine di qualche gauss. Pertanto, tenuto conto che nelle condizioni standard di lavoro, il magnete M opera a  $B_{0M} = 4300$  gauss (cfr. più oltre) e che comunque in tutte le tarature eseguite  $B_{0M}$  non diviene minore di 2500 gauss, si può dire che l'errore introdotto dal campo residuo, nella determinazione di  $B_{0M}$  a partire dal valore misurato di  $I_M$  e dalla caratteristica di eccitazione rilevata nelle condizioni prima precisate non supera in alcun caso il  $\pm 0.5\%$ .

2°) - Misure per il controllo della distribuzione trasversale del campo.

Sulla base di indicazioni tratte da studi specifici sull'argomento<sup>(7)</sup>, furono previsti, alle estremità laterali delle espansioni polari di M, "tips" di forma trapezoidale (cfr. Fig. 2-b), onde migliorare l'omogeneità trasversale del campo. Le misure effettuate (cfr. Fig. 15) mostrano che per i valori di x ed  $I_M$  tali da soddisfare le disuguaglianze seguenti:

$$\left\{ \begin{array}{l} -0.7 \leq x/b \leq 0.7^{(+)} \\ 0 < I_M \leq 400 \text{ amp.} \end{array} \right.$$

si può scrivere la limitazione:

$$1 \leq \frac{B_z(x, 0, I_M)}{B_{0M}} \leq 1.01.$$

(x) -  $c = 5$  cm è la semialtezza del traferro:  $\mathcal{N}_p = 147$  è il numero di spire per polo. Le bobine del magnete M erano connesse in parallelo.

(+) -  $b = 9$  cm è la semilarghezza del traferro.

Se ne deduce che i "tips" previsti forniscono una correzione un poco sovrabbondante verso i bordi, tuttavia non si è ritenuto indispensabile procedere a modifiche del profilo polare.

3°) - Misure di controllo della distribuzione longitudinale del campo.

Le misure effettuate per determinare l'andamento del campo in prossimità delle testate hanno permesso di stabilire la "lunghezza efficace" di M definita dalla (26) del § C. Per l'esecuzione delle misure, la (27) può, per  $x = 0$ , essere scritta nella forma più conveniente:

$$\omega_M(0, I_M) = \frac{1}{B_{0M}(I_M)} \cdot \int_{s_G}^{+\infty} B_z(0, s, I_M) \cdot ds - g,$$

nella quale è (cfr. Figg. 2-a) e 16):

$$s_G = \text{lungh. } \widehat{0_M G} = 15 \text{ cm, } g = \text{lungh. } \widehat{GF},$$

essendo G un punto dell'asse s in cui si può ritenere:

$$B_z(0, 0, s_G) \approx B_{0M}.$$

La misura effettuata ad  $I_M = 250$  amp., ha fornito:

$$\omega_M(0, 250 \text{ amp.}) = (6.65 \pm 0.03) \text{ cm}$$

E quindi, per la (28), ne consegue:

$$\lambda_M(0, 250 \text{ amp.}) = (63.3 \pm 0.06) \text{ cm}$$

E' stato poi verificato che il valore sopra riportato di  $\omega_M(0)$  non subisce variazioni apprezzabili fino ad una corrente  $I_M = 400$  amp. per cui si può ritenere che, entro il limite ora precisato, anche il valore di  $\lambda_M(0)$  rimanga invariato. In virtù delle (37') e (38) si ricava:

$$\rho = (12.5 \pm 0.1) \text{ cm,}$$

$$\text{e: } \Delta x(s=0) \approx -0.6 \text{ cm.}$$

La (37), scritta nelle unità di misura a fianco indicate:

$$B_{0M}(\text{gauss}) = \frac{p(\text{MeV}/c)}{3 \cdot 10^{-4} \cdot \rho(\text{cm})},$$

quando si assuma:  $p = 163 \text{ MeV}/c$ , fornisce:

$$B_{0M} = (4300 \pm 40) \text{ gauss.}$$

Il valore usato per l'impulso compete infatti a mesoni  $\pi^\pm$  aventi energia cinetica  $T = 70$  MeV che l'intero dispositivo  $Q_1 + Q_2 + M$  deve selezionare nelle condizioni standard di lavoro. Se infine non vengono effettuate rotazioni dei poli alle testate (cfr. Fig. 2-a), si può stimare da ulteriori misure che, negli intervalli:

$$\left\{ \begin{array}{l} - 0.6 \leq x/b \leq 0.6 \\ 0 < I_M \leq 400 \text{ amp.} \end{array} \right.$$

sia:  $|\mathcal{E}| \leq 0.01$  (cfr. la doppia disuguaglianza (30)).

Come conclusione si può quindi dire che la distribuzione reale di campo nell'analizzatore M può, almeno per correnti  $I_M$  non superiori a 400 amp., essere schematizzata con un "modello rettangolare efficace" limitato al settore torico di raggio medio  $\rho = 1.265 R$ , angolo al centro  $\varphi = 28^\circ 40'$ , semilarghezza radiale  $\beta = 0.6 b$  e semialtezza  $\gamma = 0.8c(x)$ . Il valore di campo corrispondente sarà poi dedotto dal grafico di Fig. 14.

Vivamente ringrazio il Prof. E. Amaldi per le utili discussioni ed il costante incoraggiamento.

Desidero inoltre ringraziare l'Ing. R. Evangelisti ed i tecnici Sigg. F. Bartoccini ed U. Baffi per la collaborazione fornita nell'esecuzione delle misure.

---

(x) - Questo valore di  $\gamma$  è stato assunto cautelativamente in previsione che, a causa di disomogeneità localizzate nel ferro o di piccoli difetti di lavorazione, l'uniformità del campo possa risultare peggiore in prossimità delle superfici polari.

## APPENDICE A - CARATTERISTICHE DEGLI STRUMENTI IMPIEGATI.

## A. 1. - Flussometro -

Lo strumento si può considerare derivato da quello descritto da R. H. Dicke<sup>(3)</sup>. Le modifiche apportate riguardano prevalentemente lo schema dell'amplificatore in c. c. Lo strumento può funzionare con quattro diverse costanti di tempo corrispondenti alle seguenti sensibilità nominali:  $10^6$ ,  $10^5$ ,  $10^4$ ,  $5 \times 10^3$  maxwell/volt. Il voltmetro usato per la lettura del segnale di tensione in uscita (proporzionale alla variazione di flusso da misurare) ha le caratteristiche seguenti:  $30 \text{ K}\Omega/\text{volt}$  - Classe 0,2 - scala a specchio 150 divisioni - Portate: 3, 15, 30 volt f. s.

Con tale voltmetro e con rotazione di  $180^\circ$  della bobina la sensibilità nominale max dello strumento risulta pari a 50 max/divisione.

L'uso di opportuni partitori resistivi<sup>(x)</sup> all'ingresso del flussometro permette di derivare convenienti frazioni, di valore noto al  $\pm 0,1\%$ , del segnale di tensione indotta agli estremi della bobina di misura. E' possibile così, rendendo circa eguali le letture voltmetriche, misurare due variazioni di flusso di ordini di grandezza assai diversi senza dover ricorrere a variazioni della sensibilità dello strumento.

In tal modo si evita di introdurre nella misura l'errore dovuto alla non accurata conoscenza del rapporto tra la sensibilità effettiva dello strumento.

## A. 2. - Bobine di misura -

Le bobine usate con il flussometro furono le seguenti:

- Bobina A - Prismatica a sezione rettangolare  $1 \times 20 \text{ mm}^2$ , altezza 10 mm,  $\sim 150$  spire.
- Bobina B - Prismatica a sezione rettangolare  $2 \times 500 \text{ mm}^2$ , altezza 10 mm,  $\sim 150$  spire.
- Bobina C - Cilindrica con diametro esterno 3 mm, altezza 10 mm,  $\sim 300$  spire.

Le tre bobine suddette furono previste con l'intento di ottenere, nelle misure per le quali ciascuna di esse era stata progettata, una buona definizione del punto in cui la misura stessa veniva eseguita. Riducendo al minimo le dimensioni della bobina nella direzione in cui la grandezza da misu

---

(x) - Questi partitori furono progettati tenendo presente che la resistenza e equivalente, vista dal flussometro in ingresso deve risultare inferiore alla resistenza critica del galvanometro ( $10^3 \text{ ohm}$ ).

rare subiva una rapida variazione, fu possibile ottenere, anche nel caso di forti gradienti, una buona coincidenza dell'asse geometrico con l'asse equivalente della bobina stessa. In tutti i casi in cui fu necessario apprezzare variazioni di campo magnetico comparabili con quelle prodotte nella bobina di misura dalle instabilità della corrente di alimentazione del magnete, fu impiegata una opportuna bobina compensatrice (fissa) connessa in serie ed avvolta in verso opposto a quella di misura. In tal modo si riuscì ad apprezzare, mediante lo spostamento della bobina di misura, solamente l'effetto dovuto alla "geometria" del campo.

Per quanto riguarda infine il piazzamento geometrico, si può dire che nel corso delle misure le bobine rimasero allineate sul piano mediano del traferro (P. M.) entro  $\pm 0.1$  mm. e che lo scostamento del loro asse dalla verticale rimase contenuto entro  $\pm 30'$ .

#### A. 3 - Coordinatometro porta bobine -

Esso permetteva l'esecuzione di spostamenti continui ed indipendenti parallelamente a due assi ortogonali giacenti nel P. M. del magnete (Ad es. gli assi x ed s delle Figg. 3). La determinazione delle coordinate della sonda era effettuabile con una incertezza di  $\pm 0.1$  mm.

Il coordinatometro permetteva di effettuare, in una delle due direzioni consentite, oltre allo spostamento continuo, anche uno spostamento della sonda di ampiezza costante (Ad es. : uno spostamento  $\Delta x = 10$  mm., in direzione parallela all'asse x, centrato attorno ad un qualunque punto di ascissa x prefissata). L'errore percentuale max. su tale spostamento, risultato particolarmente utile per la misura dei gradienti, era contenuto entro  $\pm 10^{-3}$ .

#### A. 4. - Gaussimetro a R. M. N. -

Questo è del tipo ad "assorbimento nucleare" e, come già detto, deriva da quello realizzato da Beljers<sup>(4)</sup>. La rivelazione della condizione di campo magnetico e frequenza dell'oscillatore che alimenta la sonda per cui il liquido<sup>(x)</sup> in essa contenuto assorbe energia a R. F., è effettuato mediante circuiti elettronici ed è resa visibile sullo schermo di un tubo oscillografico. In tale condizione (condizione di risonanza) tra l'induzione magnetica B e la frequenza  $\nu_r$  dello oscillatore sussiste la relazione seguente:

$$\nu_{r(c/sec)} = (4257.76 \pm 0.1) B_{(gauss)}$$

---

(x) - Il liquido usato era costituito da una soluzione acquosa 0.1 N di  $Fe(NO_3)_3$ . L'uso di soluzioni paramagnetiche è motivato dalla necessità di ridurre il tempo di rilassamento dei protoni nell'acqua pura permettendo così di ottenere più intensi segnali di assorbimento.

Una frazione del segnale dell'oscillatore è inviata, per la misura di frequenza, ad un contatore elettronico digitalizzato Hewlett-Packard mod. 524D. Questo dispositivo, quando venga dotato di opportuna unità convertitrice di frequenza, permette di misurare frequenze da qualche c/sec fino a 100 Mc/sec con un errore max. di 3 parti su  $10^7$ . Le misure di  $\nu_r$  furono infine eseguite nella condizione per cui la distanza tra i due picchi di assorbimento, presenti in risonanza in ogni periodo della modulazione a 50 c/sec sovrapposta al campo magnetico incognito, risultava indipendente dall'ampiezza della modulazione stessa. Questa condizione fu sempre ricercata attraverso successivi ritocchi della frequenza dello oscillatore di alimentazione della sonda.

Il gaussimetro fu usato per misure assolute con elevata accuratezza di campi dotati di grande omogeneità. In pratica per cause diverse (instabilità di frequenza dell'oscillatore, instabilità delle correnti di alimentazione dei magneti, ecc.) le precisioni ottenute si limitano a  $\sim 5 \cdot 10^{-4}$ .

#### A. 5. - Strumenti per la misura delle correnti di alimentazione -

Resistori standard per correnti elevate costruiti con materiali a piccolo coefficiente di temperatura, e calibrati al  $\pm 0.1\%$  sono inseriti nei rami del circuito nei quali interessa conoscere la corrente<sup>(x)</sup>. Le cadute di tensione ai terminali dei suddetti resistori sono misurate, col metodo di opposizione di f. e. m., mediante un dispositivo potenziometrico Leeds e Northrop mod. 8687, dotato di galvanometro e di pila campione Weston. Questo dispositivo permette di misurare tensioni nell'intervallo  $0 + 160$  mV con un errore pari a  $\pm (0.05\% + 3 \mu V)$ .

Pertanto, se non si misurano tensioni inferiori a 10 mV (corrispondenti, con le resistenze usate, a correnti inferiori a 50 amp.), si può ritenere senz'altro di commettere errori inferiori al  $\pm 0.1\%$ .

In definitiva l'errore commesso nella misura delle correnti di alimentazione dei magneti può quindi essere sempre ritenuto inferiore al  $\pm 0.2\%$ .

La stabilità delle correnti stesse fu mantenuta dal sistema di regolazione della dinamo, entro qualche  $10^{-4}$  durante tutte le misure.

---

(x) - I dati relativi a questi resistori sono riportati nelle Tabb. I e II, Parte I<sup>a</sup>, mentre la disposizione di essi nel circuito di alimentazione è mostrata nella Fig. 7 della stessa Parte.

## BIBLIOGRAFIA -

- (1) - G. Pesamosca, Laboratori Nazionali di Frascati, LNF-62/2 (1962)
- (2) - A. Septier, Advances in Electronics and Electron Physics XIV, 85, (1961).
- (3) - R. H. Dicke: Rev. Sci. Instr. 19, 533 (1948).
- (4) - H. G. Beljers, Phil. Techn. Rev. 14, 341 (1953).
- (5) - W. C. Elmore, M. W. Garrett: Rev. Sci. Instr. 25, 480, (1954).
- (6) - I. E. Dayton, F. C. Shoemaker, R. F. Mozley: Rev. Sci. Instr. 25, 485 (1954).
- (7) - J. J. Wilkins, A. H. Spurway, Rutherford High Energy Laboratory, Harwell, Report NIRL/R/6 (1961).
- (8) - G. Ghigo, INFN - SA, Gruppo Misure Magnetiche, Relazione MMO2 (1955).